



Especialização  
em Educação  
Matemática



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA**  
**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA**  
**CAMPUS II**  
**Curso de Especialização em Educação Matemática**  
**Pós-Graduação *lato sensu***

**ANTONIO WELINGTON DE SOUZA SILVA**  
**NIVALDO RIBEIRO PIMENTA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E FUTEBOL NA APRENDIZAGEM DE**  
**CONCEITOS MATEMÁTICOS**

**ALAGOINHAS-BA**  
**2016**



**ANTONIO WELINGTON DE SOUZA SILVA  
NIVALDO RIBEIRO PIMENTA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E FUTEBOL NA APRENDIZAGEM DE  
CONCEITOS MATEMÁTICOS**

Monografia apresentada ao curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade Estadual da Bahia – Campus II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática, sob orientação da Prof.<sup>a</sup> Ma. Jaíra de Souza Gomes Bispo.

ALAGOINHAS-BA  
2016

S586m Silva, Antonio Welington de Souza.

Modelagem matemática e futebol na aprendizagem de conceitos matemáticos./ Antonio Welington de Souza Silva – Alagoinhas, 2016. 65f. il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) – Universidade do Estado da Bahia. Departamento de Ciências Exatas e da Terra. Campus II.

Orientador: Prof. Ma. Jaíra de Souza Gomes Bispo.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Modelos matemáticos – Estudo e ensino. 3. Prática de ensino. I. Bispo, Jaíra de Souza Gomes. II. Silva, Antonio Welington de. III. Pimenta, Nivaldo Ribeiro. IV. Universidade do Estado da Bahia. Departamento de Ciências Exatas e da Terra. V. Título.

**ANTONIO WELINGTON DE SOUZA SILVA  
NIVALDO RIBEIRO PIMENTA**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E FUTEBOL NA APRENDIZAGEM DE  
CONCEITOS MATEMÁTICOS**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade Estadual da Bahia – UNEB, Campus II, como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Matemática. Aprovada em\_\_\_\_\_.

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Prof<sup>ª</sup>. Ma. Jaíra de Souza Gomes Bispo – Orientadora  
Universidade Estadual da Bahia – UNEB**

---

**Professor  
Prof<sup>º</sup>. Me. Valber Márcio de Argolo Melo.  
Universidade Estadual da Bahia - UNEB**

---

**Professora  
Prof<sup>ª</sup>. Ma. Ieda Fatima da Silva  
Universidade Estadual da Bahia - UNEB**

**ALAGOINHAS-BA**

**2016**

## RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo compreender como o futebol e a Modelagem Matemática podem contribuir para aprendizagem de conceitos matemáticos. Assim, será possível entender que a aprendizagem por meio destes elementos pode levar o aluno a uma melhor aprendizagem pelo fato de que o saber matemático em questão é lançado aos alunos com certo significado, que os fazem, de certo modo, compreender a importância da matemática. Logo, haverá a possibilidade de observar que quando o aluno está em contato com o saber matemático e quando esse saber se encontra relacionado com a realidade do aluno ou com assuntos do seu interesse, a aprendizagem dos conceitos tende a acontecer de forma mais consistente. Desse modo, considera-se o Futebol e a Modelagem Matemática fundamentais e significativa, pois além de fazer a conexão do saber matemático com situações diversas e, não somente da realidade, ainda dá a oportunidade de levar o aluno a compreender a importância da Matemática como ciência no meio social. Por isso, ao compreender a importância deste trabalho, far-se-á uma abordagem de como ocorreu todo o estudo, de modo a apresentar os meios nos quais se fundamentou essa pesquisa. Além disso, evidenciar-se-á as teorias de Ausubel e de Barbosa respectivamente Aprendizagem Significativa e Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem e os autores que serviram como base para este estudo, logo no início e, posteriormente, apresentar-se-á como foi possível acontecer a experiência tendo em vista a aprendizagem dos conceitos matemáticos, mais especificamente, o conteúdo de Funções.

**Palavras-chave:** Futebol; Modelagem Matemática; Aprendizagem Significativa; Conceitos Matemáticos.

## ABSTRACT

This study aims to understand how football and Mathematical Modelling can contribute to learning mathematical concepts. So, you can understand that learning through these elements can lead the student to better learning by the fact that the mathematical knowledge in question is released to students with certain meaning, making them, in a way, understand the importance of math . Soon, there will be the possibility to observe that when the student is in contact with the mathematical knowledge and when that knowledge is related to the student's reality or matters of interest to the learning of concepts tends to happen more consistently. Thus, it is considered the football and modeling fundamental and significant mathematics, as well as do the math to know the connection to different situations and, not only of reality, still gives the opportunity to lead the student to understand the importance of mathematics as science in the social environment. Therefore, to understand the importance of this work, far it shall be an approach as occurred throughout the study in order to present the ways in which this was based search. In addition, it will be evident theories of Ausubel and Barbosa respectively Meaningful Learning and Mathematical Modeling as a learning environment and the authors that were the basis for this study, at the beginning and then will be presented as was can happen in view of the experience of mathematical concepts learning, more specifically, the functions of content.

**Key-words:** Football; Mathematical Modeling; Meaningful Learning; Mathematical concepts.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	11
1.1. Modelagem Matemática	11
1.1.1 Concepções da Modelagem	12
1.1.2. Perspectivas de Modelagem Matemática	16
1.1.3. A perspectiva sócio crítica de Modelagem Matemática	16
1.2. A aprendizagem	19
2. Metodologia	21
2.1. O Futebol	21
2.1.1 O futebol no Brasil	22
2.1.2.O campo de futebol	23
2.1.3.A bola de futebol	24
2.2.Pesquisa Qualitativa	26
2.3. Instrumentos de Coleta de Dados	26
2.3.1. Observação	27
2.3.2. Documentos	27
2.4. Contexto	28
2.4.1. Ensino	28
2.4.2. Cidade	29
2.4.3. Escola	30
2.4.4. Professores	30
2.4.5. Turma	30
2.4.6. Grupo	31
2.5. Procedimentos Metodológicos	31
2.6. Análise dos Dados	32
3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS	34
4. DISCUSSÃO	51
CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
REFERÊNCIAS	59
ANEXOS	62
APENDICE	65

## INTRODUÇÃO

A aprendizagem matemática é um processo complexo, o qual se faz importante uma análise dos resultados da mesma. Quando há acertos precisa-se saber se realmente a aprendizagem foi conseguida e quando há erros precisa-se buscar outra metodologia capaz de modificar este quadro. Pensamos que para existir a aprendizagem esta deve ser significativa e relevante, tem que valorizar os novos conteúdos e agregá-los aos antigos, usar as lições de vidas das pessoas a fim de permitir o que é aprendido seja feito em várias dimensões.

A aprendizagem significativa é dinâmica, pois o sentido de aprender estar ligado ao fato de aumento das relações determinadas entre os conteúdos e destes conteúdos usados em muitas situações distintas. Vários conceitos circulam pela escola, mas isto não quer dizer que estes tenham sido internalizados, isto é, aprendidos.

No transcorrer da nossa caminhada lecionando matemática, tivemos por várias vezes dificuldades em começar de forma mais atrativa uma aula de matemática onde queríamos abordar conceitos matemáticos.

Temos consciência de que a relação entre os conceitos matemáticos pode ser obtida por uma metodologia de aprendizagem e por um sentido de aprendizagem que fosse mais significativa para o aluno. O presente trabalho propõe apresentar uma proposta metodológica no intuito de melhorar a aprendizagem de conceitos matemáticos dos alunos, proposta esta fundamentada na Modelagem Matemática e no Futebol.

Trata-se de uma metodologia que dará possibilidade ao aluno de acessar diversos conceitos deixando bem claro o pensamento do que está sendo por eles analisado e refletido durante o processo, pertence a sua realidade mais especificamente com o futebol.

Neste contexto, a Modelagem Matemática e o Futebol usados na aprendizagem de conceitos matemáticos, vêm a contribuir para o processo de aprendizagem do aluno objetivando um maior interesse e participação nas aulas de matemática o que raramente ocorre nas aulas de forma tradicional onde os conceitos matemáticos aprendidos são quase sempre de maneira mecânica e desconectada da realidade passando uma ideia mecanizada de educação matemática.

Tivemos conhecimento da Modelagem enquanto aluno do curso de especialização em educação matemática em 2015 e sendo professores do Ensino Médio de uma escola pública do interior da Bahia no turno matutino, há pelo menos 24(vinte e quatro) anos. Neste período procuramos por uma metodologia que pudesse fazer com que os alunos do Ensino Médio se



tornassem mais interessados, participativos e conseguissem aprender os conceitos matemáticos com mais facilidade e não de forma meramente tradicional.

Percebendo que não existiam muitos trabalhos científicos que abordassem tal temática Modelagem Matemática e o Futebol para aprendizagem de conceitos matemáticos, com o desejo de fornecer subsídios para os professores de matemática do Ensino Médio melhorarem sua prática na sala de aula e devido a isto, conseguirem que os alunos aprendam significativamente e assim por causa destes fatores fomos motivados a realizar esta pesquisa.

Com este trabalho de pesquisa pretendemos compreender como o Futebol e a Modelagem Matemática podem contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos, o que se faz necessário identificar e analisar estas contribuições que estarão definidas na literatura deste trabalho de pesquisa e o que ocorre na sala de aula durante a participação dos alunos neste ambiente como também interpretar minuciosamente tudo aquilo que for produzido por eles, isto é, os registros.

Tendo a expectativa de que este trabalho possa contribuir de maneira satisfatória para o surgimento de novas discussões na literatura especializada como também oferecer aos professores de matemática do Ensino Médio uma maneira de promover a aprendizagem significativa dos alunos, mais especificamente, de conceitos matemáticos, apresentamos a questão norteadora da pesquisa: Como o Futebol e a Modelagem Matemática podem contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos?

Esta pesquisa baseia-se numa abordagem qualitativa, pois desejamos responder satisfatoriamente a questão norteadora da mesma, utilizando tudo aquilo produzido pelos alunos, onde utilizaremos como dados a análise destas produções. Isto é, essas produções são documentos tomados para análise.

Nas atividades utilizadas para investigação usaremos ações da realidade do aluno, mais especificamente o futebol. Portanto, para evidenciar as questões inerentes a esta pesquisa, o presente texto foi dividido em capítulos mais as considerações finais.

Dessa maneira, o Capítulo 1 apresenta o referencial teórico utilizado para fundamentar toda a pesquisa, além de orientar as questões que foram pertinentes ao estudo realizado.

O Capítulo 2 aborda os aspectos metodológicos que auxiliaram nesta investigação, pois se considera que é relevante a organização de um trabalho para se chegar aos objetivos que, neste caso, são as constatações e os resultados da pesquisa que compõem deste trabalho.

No Capítulo 3, apresentamos os dados bem como uma análise parcial sobre os mesmos, onde o pesquisador debruça seu olhar, e em seguida compara com o que diz a teoria, o que segue apresentado no Capítulo 4, discussões.

E, por fim, seguem as Considerações Finais, que apresentam toda a síntese da pesquisa bem como evidenciam todo o processo em que se realizou o trabalho; as Referências Bibliográficas; Apêndices e Anexos.

## 1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O objetivo deste capítulo é descrever os fundamentos teóricos que possibilitaram o desenvolvimento da pesquisa. Neste capítulo abordamos a forma de conceber a modelagem por parte de alguns autores, bem como a utilizam no ensino de matemática e os resultados alcançados pelos mesmos.

Para isso, inicialmente, apresentaremos um breve histórico da Modelagem Matemática e uma análise da sua necessidade no contexto ensino e aprendizagem, mostrando o quanto é importante este desenvolvimento, pois ao longo da vida o homem utilizava a todo instante modelo<sup>1</sup> para suprir as suas necessidades. Tal descrição, que geralmente é feita por meio de equações, é chamada de modelo matemático.

Por fim, falaremos da aprendizagem significativa, mais precisamente da teoria de Ausubel e a relação desta com a ideia da modelagem.

### 1.1. Modelagem Matemática: histórico e concepções

Para falarmos da modelagem antes teremos que verificar os aspectos históricos da matemática no desenvolvimento da sociedade. Pois, o desejo de reconstrução da realidade a partir de um modelo fez com que o homem em sua prática social tivesse urgência de compreender o mundo que o rodeia e modificá-lo através de solução de problemas que surgiam em suas atividades como um todo.

Em sua dissertação de mestrado Brucki (2011, p.18) descreve os inúmeros acontecimentos que retratam a criação de modelos para solução de problemas que delineavam a vida em sociedade. A invenção da roda pelos sumérios no ano 3000ac, por exemplo, foi um dos primeiros modelos produzidos pela humanidade.

Esses acontecimentos onde se deu a criação de modelos estão evidenciados na solução dos problemas causados pelas cheias do rio Nilo no Egito, nas relações das séries numéricas e formas geométricas na Babilônia, nas medições de altura das pirâmides representadas por Tales de Mileto e na elaboração da escala musical feita por Pitágoras.

Podemos assim perceber que apenas no século XX o termo Modelagem Matemática obteve o sentido de forma, descrição e elaboração de uma expressão algébrica que representasse a análise de um fenômeno natural. Esta ideia vai de encontro à ideia de

---

<sup>1</sup> Entende-se por modelo aqui citado toda descrição matemática de um dado fenômeno do mundo real.

Biembengut (2009), pois segundo ela o termo Modelagem Matemática surgiu como uma maneira de solucionar problemas de alguma área de conhecimento desde o começo desse século.

Também no período da segunda guerra mundial e na indústria se fez necessário o uso de modelos matemáticos que seriam utilizados na informática como também na produção. Continuando ainda com Biembengut (2009), ela expõe a ideia da existência de indícios que tem a ver com o quando, o porquê, e por meio de quem o termo modelagem passou a ser utilizado.

O primeiro indício a ser descoberto foi uma coletânea de textos preparados entre 1958 a 1965 nos Estados Unidos. Logo após surge Klein na Alemanha que modifica o currículo do secundário através de uma experiência realizada onde consegue tornar o ensino de conteúdos da matemática mais atualizado a fim de chegar perto da modelagem.

Nesta mesma linha, a modelagem surge no Brasil por intermédio de alguns matemáticos e entre eles estar o professor Aristides Barreto<sup>2</sup> que fez o uso da mesma na sala de aula para aprendizagem da matemática. Segundo Biembengut (2009) as duas primeiras dissertações da PUC-RJ foram guiadas por Barreto tendo como autor Celso B. Vilmer para a dissertação intitulada “Modelos de Aprendizagem Matemática” em 1976 e tendo como autor Jorge E. Prado Sanchez para a dissertação intitulada “Estratégia, combinada de Módulos Instrucionais e Modelos Matemáticos Interdisciplinares para o ensino aprendizagem da matemática em nível de segundo grau: estudo exploratório em 1979”.

Observamos assim que muitas pesquisas sobre a Modelagem vão surgindo no Brasil na década de 70 que consideramos como o grande marco devido à quantidade de trabalhos científicos produzidos a partir de Aristides Barreto.

### **1.1.1 Concepções de Modelagem**

Aqui apresentamos cinco concepções de modelagem: a de Dionísio Burak (1992), Maria Sallet Biembengut (1977; 2000), Rodney C. Bassanezi (1994; 2002) , Ubiratan D’Ambrósio (1986) e a de Jonei Cerqueira Barbosa (2001). Com base nas leituras realizadas percebemos que nas produções literárias existem vários conceitos de modelagem matemática.

Para conseguir que a modelagem se constitua num processo de tradução da linguagem do mundo real para o mundo matemático necessitamos da realização de alguns procedimentos,

---

<sup>2</sup>Aristides Camargo Barreto professor da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, um dos três percussores que consolidaram e impulsionaram a modelagem matemática no ensino brasileiro.

porém muitos autores relatam de maneira um pouco divergente os passos que levam a criação de um modelo, isto é, a sua formulação.

Mas, no entanto, a opinião de todos converge em afirmar que a modelagem matemática tem características de observação, investigação e exploração de uma situação ocorrida propiciando tomar decisões fazer previsões e assim fazer uma reflexão do estudo a partir de uma análise crítica das hipóteses formuladas chegando à validação do modelo.

Assim seguem as concepções de alguns autores que apresentam de que forma pode se fazer modelagem matemática na educação matemática e também a ideia que cada um tem sobre a mesma:

a) Ubiratan D'Ambrósio

Segundo D'Ambrósio (1986), o indivíduo é parte integrante e ao mesmo tempo, observador da realidade. Sendo que ele recebe informações sobre determinada situação e busca através da reflexão a representação dessa situação em grau de complexidade. Para se chegar ao modelo é necessário que o indivíduo faça uma análise global da realidade na qual tem sua ação, onde define estratégias para criar o mesmo, sendo esse processo caracterizado de modelagem.

Podemos perceber que a modelagem matemática é um processo onde o indivíduo para se chegar ao modelo deve analisar amplamente a realidade na qual ele está inserido como também traçar estratégias para criação do mesmo.

b) Dionísio Burak

Segundo Burak (1992), a modelagem matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões.

Dessa forma percebe-se que a modelagem matemática é importante na vida do ser humano, pois através do conjunto de seus procedimentos ela irá possibilitar explicar situações pertencentes a sua realidade ajudando-o a fazer escolhas e a intervir na sociedade.

c) Rodney Carlos Bassanezi

Conforme Bassanezi (1994; 2002), a modelagem matemática é um processo dinâmico de busca de modelos adequados, que sirvam de protótipos de alguma entidade. É utilizado para obtenção, validação e generalização a fim de fazer previsões. Consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Ao analisarmos a concepção que Bassanezi, compreendemos que ela é um processo que trabalha com modelos os quais servem como teste de situação problema, com a intenção de transformar problemas do cotidiano em problemas matemáticos para serem solucionados usando-se a linguagem do senso comum.

d) Maria Sallet Biembengut

Segundo Biembengut (1997; 2000), a modelagem é uma maneira de se relacionar a matemática com a realidade o que facilita o aprendizado tornando o mesmo mais interessante e dinâmico para o aluno.

Após analisarmos a concepção de Biembengut, entendemos que a Modelagem Matemática consegue tornar a aprendizagem mais eficiente para os alunos devido ao fato de relacionar a matemática com a realidade; no nosso caso específico com o futebol o que fará este aprendizado ser mais interessante e dinâmico.

e) Jonei Cerqueira Barbosa

Barbosa (2001, p.46), afirma que a Modelagem Matemática “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”.

Percebemos na concepção de Barbosa (2001) que quando os alunos espontaneamente fazem indagações e ou investigações de situações pertencentes à realidade de aprendizagem, fazendo uso da linguagem matemática estão assim criando um ambiente de aprendizagem o que caracteriza a Modelagem Matemática.

Mas para que o processo de uso da modelagem ocorra de acordo com o que a situação exige Barbosa (2003, p. 70), faz a identificação de três níveis de possibilidades, os quais ele chama de ‘casos’ no ambiente de ensino e de aprendizagem da Modelagem Matemática. São

esses ‘casos’ que determinam a maneira com que a modelagem será realizada em determinada situação de aprendizagem. Para um maior entendimento da proposta de Barbosa faremos a descrição de cada caso:

Caso 1: o professor apresenta o problema com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos fazerem investigações com o professor fazendo mediação em todo o processo; Caso 2: os alunos têm contato com um problema para ser investigado, torna-se necessário a coleta de dados, onde serão organizados e apresentados com a colaboração do professor; Caso 3: se constitui em projetos feitos a partir de um tema que não pertença à matemática ‘escolhido’ pelo professor e alunos (existe um acordo entre aluno e professor).

Figura 01: Casos de Modelagem Matemática

	<b>Caso 1</b>	<b>Caso 2</b>	<b>Caso 3</b>
<b>Formulação do problema</b>	professor	professor	professor/aluno
<b>Simplificação</b>	professor	professor/aluno	professor/aluno
<b>Coleta de dados</b>	professor	professor/aluno	professor/aluno
<b>Solução</b>	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte<sup>3</sup>:(Barbosa, 2003)

A proposta de Barbosa que utilizamos em nossa pesquisa foi o caso 1, no qual o problema é apresentado pelo professor devidamente descrito com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos à investigação. O caminho pela qual a indagação se faz é através da investigação, estas duas são inseparáveis, ao momento que ocorre a indagação, logo após como consequência se segue a investigação sobre a indagação realizada. Neste caso não precisa do levantamento de dados fora da sala de aula, a realização da investigação é na própria situação estabelecida.

A escolha desta concepção de Barbosa para a aprendizagem de conceitos matemáticos foi feita devido ao fato de estar mais de acordo para o contexto escolar no qual se desenvolveu a pesquisa. Os ‘casos’ foram definidos para que o professor pudesse escolher processos diferentes da metodologia de modelagem utilizando nas aplicações conforme o contexto escolar.

---

<sup>3</sup> Entende-se por Fonte o texto original da obra.

### **1.1.2. Perspectivas de Modelagem Matemática**

Em seu artigo Barbosa (2007, p.2), deixa claro que a “perspectiva de Modelagem Matemática” tem a ver com a realização das atividades em sala de aula, mais precisamente com os objetivos e com a posição que os alunos e professores adquirem neste ambiente a depender das características das situações problemas.

Através destas características foram nomeadas cinco perspectivas de Modelagem Matemática que iremos expor a seguir, segundo Kaiser e Sriraman apud Barbosa (2007, p.2): a realística, onde os alunos utilizam situações problemas reais proveniente da ciência ou da indústria onde desenvolvem a habilidade de resolução destes; a epistemológica, as situações problemas propiciam ao aluno a evolução da teoria matemática; a educacional, as situações problemas reais são unidas a evolução da teoria matemática; sócio crítica, as situações problemas levam à análise da essência dos modelos matemáticos e seu papel na sociedade; a contextual: as situações problemas objetivam a construção da teoria matemática enfatizando o estudo psicológico sobre sua aprendizagem.

Após uma análise sobre os aspectos que caracterizam estas perspectivas é sugerido por Barbosa que elas possam eleger como objetivo didático: o desenvolvimento da teoria matemática (epistemológica educacional e contextual); o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas aplicados (realística); ou a análise da natureza e do papel dos modelos matemáticos na sociedade (sócio crítica).

Dessa forma, fica claro que a Modelagem Matemática em sala de aula representa uma perspectiva mais abrangente, logo devemos antes de seu uso fazer uma reflexão para atrelar os objetivos desta com a respectiva organização e direção.

### **1.1.3. A perspectiva sócio crítica de Modelagem Matemática**

Sabedores que a matemática está presente na sociedade e traz implicações para a vida das pessoas se faz necessário trazer elementos desta sociedade para o ensino aprendizagem dos alunos na sala de aula onde eles irão refletir e buscar soluções.

Portanto, em seu artigo Barbosa (2007, p.3) faz uso da expressão ‘sócio – crítica’ para denotar uma maneira de ver a Modelagem na Educação Matemática como um reconhecimento àquela prática pedagógica que compreende este ambiente como uma oportunidade para os alunos discutirem a natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade.



Barbosa para fazer tal afirmação se apoia na Educação Matemática Crítica defendida por Skovsmose, (1994), que tenta teorizar as consequências do estudo crítico sobre a função da matemática na sociedade na evolução do ambiente de Modelagem Matemática.

Entendemos, pois, que essa perspectiva considera as atividades de modelagem como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade, fazendo-se necessário que a modelagem ocupe um espaço no currículo a fim de estabelecer uma relação da matemática com os modelos que sejam desenvolvidos e considerem as discussões sobre o uso da matemática.

Compreendemos também que Modelo Matemático é qualquer representação matemática de um objeto em estudo. Então fica evidenciado que esta perspectiva leva o aluno a realizar discussões reflexivas sobre problemas da sociedade, resolvê-los através de modelos e intervir na sociedade.

Devido a este fato, a incorporação do modelo Matemático ao currículo é importante, mas não é um processo simples de forma a existir uma dinâmica que representa a sua natureza como um processo de indagação e investigação de situações reais, refazendo um cenário de argumentação e análise de questões propostas pelos alunos, fazendo conexão da escola com o mundo real, com o desenvolver do conhecimento reflexivo no processo da aprendizagem. A proposta curricular de inserção da modelagem é ideal, na compreensão da Matemática e seu papel sócio - crítico.

Segundo Barbosa (2003), o papel sócio crítico é considerar as atividades de modelagem como oportunidades para explorar o papel que a matemática desenvolve na sociedade. Para ocorrer tal situação é imprescindível que a modelagem tenha uma função no currículo que realize uma relação da matemática com modelos que sejam realizados e adote discussões sobre o uso da Modelagem Matemática na sociedade.

Este modelo adotado por Barbosa deve ser explorado em todas as suas vertentes, tanto quanto o desenvolvimento do conhecimento pela argumentação, investigação, como também pela reflexão das características da situação proposta e conexões que podem ser realizadas com a realidade.

## **1.2 A aprendizagem**

Aqui apresentamos recortes da teoria de Ausubel e as ligações desta teoria com os princípios da Modelagem Matemática, analisando em que momento é viável esta metodologia colaborar com a teoria de aprendizagem.

Neste aspecto está sendo valorizada a aprendizagem, onde o uso da modelagem como uma atividade pedagógica torna-se necessária na matriz curricular com o objetivo de favorecer a compreensão dos alunos sobre os conceitos matemáticos.

Desse modo existe uma dinâmica de satisfação e interesse em fazer uma aprendizagem significativa pelo aluno e para o aluno. E essa pesquisa apresenta recortes de literatura existentes que podem auxiliar na análise deste trabalho. Usando como suporte a teoria de Ausubel podemos realizar um trabalho significativo em sala de aula, desde que usemos a Modelagem Matemática e o futebol pertencentes a realidade do aluno.

Logo a aprendizagem significativa nesta situação é consequência da utilização de elementos do futebol como ideia âncora para construção de conceitos matemáticos e da modelagem como metodologia que leva o aluno a reflexão dos problemas envolvidos. Mas para isto acontecer é preciso fazer com que o ambiente esteja de acordo ao desenvolvimento do aprendizado.

“ Uma das condições para ocorrência da aprendizagem significativa, portanto, é que o material a ser aprendido seja relacionável a estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira não arbitrária e não literal...”

“... mas também que o aprendiz tenha disponível em sua estrutura cognitiva os subsunções adequados...”

“... que o aprendiz manifeste uma disposição para relacionar de maneira substantiva e não arbitrária o novo material...” (AUSUBEL apud, MOREIRA, 1999, p. 154).

Logo a modelagem oferece a possibilidade de tornar o processo dinâmico e interessante para o aluno.

Para construir uma aprendizagem significativa é preciso existir duas condições (Moreira, 1999, p.154): o aluno precisa ter uma disposição para aprender, pois se o indivíduo quiser memorizar o material arbitrariamente e literalmente, então a aprendizagem será mecânica; o material a ser aprendido tem que ser potencialmente significativo, ou seja, o significado lógico depende somente da natureza do material, e o significado psicológico é uma experiência que cada indivíduo tem. Nesse contexto, cada aprendiz faz uma filtragem dos materiais que têm significado ou não para si próprio.

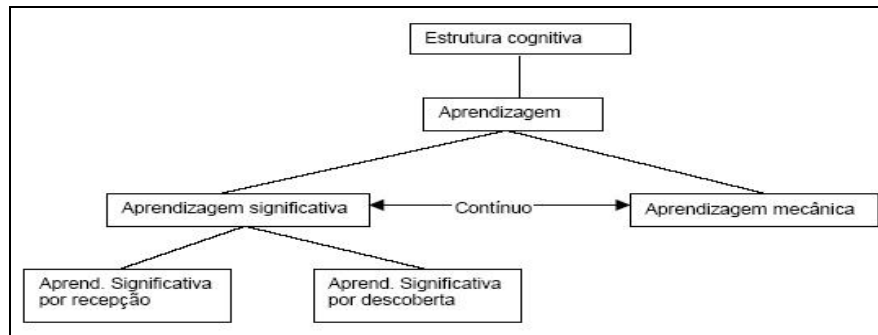
A partir destas duas condições a elaboração de novos conceitos ampara-se nas ideias e conhecimentos prévios do aluno, os quais foram construídos para ter um significado. Assim, quando as novas ideias não se relacionam de forma lógica e clara com nenhuma outra ideia existente na estrutura cognitiva do aluno, mas são decoradas, estará se caracterizando a aprendizagem mecânica.

Dessa forma não é garantida a flexibilidade no seu uso e em consequência o sujeito não está apto a expressar o conteúdo adquirido com uma linguagem distinta daquela que este

conteúdo foi inicialmente aprendido. Devido a este fato concluímos que ele não aprendeu o significado, apenas decorou a ordem das palavras que o define.

Todos esses conceitos importantes referentes à aprendizagem oriundos da Teoria de Ausubel se relacionam conforme o esquema abaixo (Faria 1989 apud, Cruz 2002, p.56).

Figura 6: Esquema Teoria de Ausubel



Fonte: <http://professor.unisinos.br/angelab/metodologia>

Segundo Moreira (1999), a Teoria de Ausubel pode admitir a aprendizagem tanto por descoberta, quanto por recepção: na descoberta, o conteúdo principal a ser aprendido deve ser descoberto pelo aprendiz; e na recepção, o que deve ser aprendido é apresentado ao aprendiz em sua forma final.

Entendemos que algumas aprendizagens serão definidas por memorização quando forem adquiridas informações pelo indivíduo em áreas de conhecimentos desconhecidos, e nesta situação a aprendizagem será mecânica. Mas se os conhecimentos novos da mesma área se relacionam aos anteriores tornando melhores as condições da união, a aprendizagem torna-se assim significativa.

Na sala de aula os professores devem valorizar o que o aluno traz de conhecimento de mundo, isto é, aquilo que é assimilado pelas experiências vividas e pelo conhecimento prévio.

Segundo Moreira (1999), Ausubel sugere dois princípios que podem nortear este trabalho: a diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. O primeiro consiste em que as ideias e os conceitos devem ser logo trabalhados em ordem crescente de especificidade, enquanto o segundo consiste na ideia de que a instrução deve explorar as conexões entre os conceitos e ideias, mostrar similaridades e diferenças importantes e agregar discrepâncias reais ou aparentes.

Quando falamos em aprendizagem significativa consequentemente estamos nos referindo à assimilação de conceitos matemáticos. E os conhecimentos prévios são conteúdos

introdutórios que tornam a aprendizagem de tópicos específicos mais facilitados; ou ainda, um grupo de ideias que se relacionam mutuamente, também colabora para organização sequencial possibilitando que as ideias se articulem. “O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; descubra isso e ensine-o de acordo.” (Ausubel, apud Moreira, p.161). Essa frase de Ausubel expõe seu ponto de vista de forma resumida onde é proposto pelo mesmo que a estrutura cognitiva tem a possibilidade de ser estimulada substantivamente por métodos de integração e unificação de conceitos.

Assim neste trabalho ao utilizarmos a modelagem matemática e o futebol estaremos respectivamente tornando o ambiente propício ao desenvolvimento do aprendizado e tema que tem relação com a realidade dos alunos e que eles gostam, o que está de acordo com o que Ausubel pensa para construção da aprendizagem significativa.

Portanto, finalizamos essa discussão teórica alertando que a função pedagógica está na escolha do conceito a ser ensinado e do seu potencial significativo, de forma a planejá-lo de maneira organizada numa crescente melhoria de possibilidades de assimilação.

## **2. METODOLOGIA**

O objetivo deste capítulo é descrever todos os instrumentos que direcionaram a pesquisa para que o leitor tenha uma melhor compreensão de como se deu todo o processo investigativo. Para isso, dividimos este capítulo em seis sub-tópicos que serão apresentados na seguinte ordem: primeiro daremos algumas informações sobre o futebol como também os conceitos matemáticos relacionados com os elementos do mesmo e a sua contribuição para aprendizagem, logo após expomos a abordagem da pesquisa, em seguida os instrumentos usados para coleta de dados, em quarto o contexto, em quinto os procedimentos metodológicos e no sexto a análise de dados.

### **2.1. O Futebol**

Por ser um dos esportes mais populares no mundo, praticado em centenas de países, este esporte desperta muito interesse em função de sua forma de disputa atraente. Argumenta Rondinelli (2016), que não importa o quanto o futebol seja feito de contradições: ele atrai as massas do mundo todo, como nenhum outro esporte faz.

Pode-se ver o quanto o futebol está no coração das pessoas, e dos alunos não seria diferente. Fazendo parte da realidade do aluno onde os mesmos estão sempre em contato com este esporte, seja falando nas rodas de conversas entre colegas, seja praticando na quadra da escola em jogos oficiais ou não, seja assistindo jogos pela televisão ou diretamente nos estádios torcendo por seu time de coração, este esporte é atraente para o aluno e conseqüentemente pode contribuir de maneira eficiente para sua aprendizagem.

Segundo Oliveira (2007), ensinar Matemática a partir de situações do cotidiano favorece uma participação efetiva dos alunos nas aulas. E ainda, segundo Neves, Brito e Araujo (2010), a modelagem no futebol é uma oportunidade para os alunos refletirem, sendo conduzidos a questionarem situações por meio da matemática sem procedimentos previamente fixos e com diversas possibilidades de encaminhamento.

Assim, nessa pesquisa associamos a Modelagem Matemática ao futebol para analisar como ocorre a aprendizagem de conceitos matemáticos.

### 2.1.1 O Futebol no Brasil<sup>4</sup>

Charles Miller, um brasileiro que estudava na Inglaterra e lá teve contato com o futebol e, em 1894, trouxe uma bola e um conjunto de regras para o Brasil. A primeira partida de futebol no Brasil foi realizada em São Paulo, no dia 14 de abril de 1895. As equipes participantes eram o São Paulo Railway e a Companhia de Gás e eram formadas por ingleses que viviam na capital paulista. O primeiro time contava com a participação de Charles Miller, considerado o pai do futebol brasileiro, pois trouxe as duas primeiras bolas de futebol para o país em 9 de junho de 1894. A partida foi vencida pelo primeiro time por 4x2.

Em 1901, foi criada a Liga Paulista de Futebol, que realizou posteriormente o primeiro Campeonato Paulista. O time de Charles Miller era uma sensação e foi tricampeão paulista. Os clubes que surgiam estavam se organizando e, até 1919, quase todos os estados brasileiros já possuíam um campeonato regional e sua federação. Em 1914, foi criada a Confederação Brasileira de Desportos (CDB), que administrava outros esportes além do futebol.

A Confederação Brasileira de Futebol (CBF) foi criada em 1979, após a dissolução da CDB. É a entidade que administra o futebol brasileiro e possui 27 federações estaduais vinculadas. Sua sede é no Rio de Janeiro e organiza os principais campeonatos nacionais e o dia do futebol é comemorado no dia 19 de julho.

As três maiores torcidas do Brasil são em ordem crescente a do São Paulo (SP), a o Corinthians (SP) e a do Flamengo (RJ), com grande preferência da população nordestina.

Devido à simplicidade do futebol e suas poucas regras, ele se popularizou rapidamente no Brasil. Para a realização de uma partida é necessário apenas uma bola e um local para praticar. É um esporte imprevisível e os brasileiros buscam essa emoção da partida constantemente. O futebol proporciona uma maneira de expressar a forma brasileira de ver os esportes e se diferencia dos outros países, além de trazer para o brasileiro um sentimento de nacionalismo e união, que só esse esporte proporciona e é capaz de unir multidões por um só propósito.

Devido a grande paixão dos brasileiros pelo futebol e a grande quantidade de times, o Brasil conta com três campeonatos. O mais importante é o Campeonato Brasileiro que é dividido entre as séries A, B, C e D. Também temos a Copa do Brasil e a Copa do Brasil de Futebol Feminino.

---

<sup>4</sup> Disponível em: <[futebol-no-brasil.info/origem-do-futebol-no-brasil.html](http://futebol-no-brasil.info/origem-do-futebol-no-brasil.html)> Acesso em: 18 nov. 2016.

### 2.1.2 O campo de futebol

O Campo de Futebol é retangular e gramado. Em cada uma das extremidades encontra-se uma baliza chamada de Gol. Como o objetivo do jogo é conduzir a bola pelo campo até dentro da baliza do time adversário, essa parte do campo se torna o principal alvo.

O maior lado desse retângulo em que se constitui o campo mede entre 90 metros e 120 metros, e o lado menor mede entre 45 metros e 90 metros. Embora essas sejam as medidas aceitas atualmente, para partidas internacionais são recomendados as seguintes medidas entre 100 metros e 110 metros de comprimento, e entre 64 metros e 75 metros de largura.

As duas linhas que limitam o campo paralelamente ao seu comprimento são chamadas de linhas laterais, e as linhas que limitam paralelamente o campo em sua largura recebem o nome de linhas de fundo. Exatamente no centro do campo, ou seja, dividindo a linha lateral em duas, se encontra a linha de meio, que atravessa o campo de uma lateral a outra, o deixando assim com duas metades exatamente iguais.

São essas metades o território de cada uma das equipes que fazem parte da partida. Ao centro dessa linha encontra-se a marcação exatamente do centro do campo, onde tem início cada um dos tempos de uma partida. Partindo dessa marcação é feito um círculo de 9,15 metros de raio.

No centro de cada uma das linhas de fundo estão as grandes áreas, as pequenas áreas e os gols. O Gol é formado por duas traves (ou postes) verticais com o tamanho de 2,44 metros de altura, e separados por um poste (ou travessão) na horizontal com o tamanho de 7,32 metros.

Já as grandes áreas, uma em cada extremidade do campo, são retangulares e localizadas bem no centro de cada um dos gols e adentrando o campo. As linhas que delimitam a grande área têm início a 16,5 metros das traves verticais e se estendem ao longo do campo também, por 16,5 metros que por fim são unidas por outra linha maior. Já a pequena área está contida dentro da grande área e segue o mesmo traçado, mas com as medidas de 5,5 metros.

Alinhada ao centro de cada um dos gols, e localizada a 11 metros para o interior do campo, fica uma marcação denominada de marcação de cobranças de pênaltis e, partido dessa marcação é traçado um segmento de círculo com o raio de 9,15 metros somente do lado externo da grande área, tendo como limites a linha maior da mesma.

Agora só falta apresentar o quarto de círculo que demarca os limites de uma cobrança de escanteio, essa demarcação está localizada em cada uma das esquinas do campo e tem como raio o valor de 1 metro. A imagem abaixo mostra todas as dimensões de campo e gol em um campo de Futebol.

Figura 2: Marcação do Campo de Futebol



Fonte: [www.futebolregras.blogspot.com](http://www.futebolregras.blogspot.com)

### 2.1.3 A bola de futebol<sup>5</sup>

As bolas de futebol são o sonho de qualquer garoto que desde pequeno gosta do esporte. Quem não cresceu tabelando com a parede ou jogando com os amigos pode se considerar uma exceção, pelo menos aqui no Brasil, onde o futebol é tão popular.

Quando Charles Miller trouxe a primeira bola para o Brasil, ainda em 1884, ela era feita de capotão, inflada por uma bexiga de boi. Em 1958, na primeira Copa do Mundo vencida pelo Brasil, as bolas de futebol eram de couro e abrigavam uma câmara de ar feita de borracha. A partir de 1994, passaram a ser de poliuretano, deixando-as mais leves e duráveis, contando com câmaras de ar de látex.

A confecção mudou nos últimos anos, não mais sendo costurada, tendo seus gomos unidos por ligação térmica. O número de polímeros também aumentou, e o material da câmara de ar passou a ser a borracha butílica.

Ao falarmos em bolas de futebol, podemos abordar três ramos diferentes do esporte: o futsal, o futebol society ou o futebol de campo. Cada modalidade tem suas próprias regras, suas próprias particularidades e características. Uma delas é a bola utilizada nas partidas.

Figura 3: Bola de Futebol



Fonte: [www.hiperativos.com.br/bolas-de-futebol](http://www.hiperativos.com.br/bolas-de-futebol)

<sup>5</sup> Objeto, geralmente esférico, para ser atirado, batido, chutado, empurrado, carregado, rolado ou arremessado, dependendo do jogo em que está sendo usada.



a) Bola de capotão: um dos modelos mais antigos.

b) A bola de futsal: É uma bola pequena, sendo exigida uma circunferência de 62 a 64 centímetros. Apesar da sensação que passa de ser pesada, a bola é leve, pesando entre 400 e 440 gramas. A *Penalty* é uma das maiores entusiastas da modalidade no Brasil, e suas bolas têm qualidade de sobra, facilitando a jogabilidade dos atletas.

Figura 4: Bola Topper



Fonte: [www.hiperativos.com.br/bolas-de-futebol](http://www.hiperativos.com.br/bolas-de-futebol)

c) Bola de Society Ultra III da Topper: No futebol society, as bolas devem ter uma circunferência que varia entre 66 e 69 centímetros, e um peso entre 420 e 450 gramas. Nessa modalidade tão comum hoje em dia, praticada por qualquer grupo de amigos em quadras específicas, a Topper apresenta modelos de alta qualidade, assim como a *Penalty*. Ambas dão aos jogadores ótimas condições para a prática esportiva.

Figura 5: Bola Umbro



Fonte: [www.hiperativos.com.br/bolas-de-futebol](http://www.hiperativos.com.br/bolas-de-futebol)

d) Bola de Campo SS UrbanTrainer da Umbro: Já no futebol de campo, as bolas têm circunferência semelhante às de society, de 68 a 70 centímetros, podendo pesar entre 410 e 450 gramas. Apesar disso, têm aparência leve, por seu tamanho maior. A modalidade mais praticada no mundo conta com bolas de todas as cores e estilos, e cada marca tem suas qualidades.

## 2.2 Pesquisa Qualitativa

Para Ludke e André (1986) o estudo qualitativo é o que se desenvolve numa situação natural e rica em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa contextualizada. Nesta mesma linha, Borba (2004, p.99) expõe que a pesquisa qualitativa “fala de qualidade e tendo a ver com o subjetivo, com os sentimentos, com opiniões acerca das coisas do mundo”, enquanto que a quantitativa quantifica “aspectos objetivos sobre estas mesmas coisas”.

Assim, os procedimentos selecionados neste trabalho para busca de informação seguem a linha da pesquisa qualitativa. Como justificativa para o uso desta prática a ser utilizada como ferramenta científica de investigação válida é o fato de ela descrever de maneira ampla a realidade de forma complexa e contextualizada. A finalidade da investigação foi verificar e analisar se o aluno consegue aprender conceitos matemáticos utilizando elementos do futebol com abordagem da modelagem.

No nosso entendimento, fica claro que a qualidade tem referência a certa propriedade de coisas ou das pessoas, podendo estabelecer diferenças e determinar as suas naturezas fazendo críticas à qualidade por ser reduzida a conceitos unitários. Ainda buscando na literatura características sobre a pesquisa qualitativa descobrimos que muitos autores argumentam que aquela pessoa que realiza investigações qualitativas se insere na abordagem interpretativa e naturalista, na qual os fatos são estudados aonde ocorreu, mesmo sabendo que exista uma maior autonomia para combinar métodos de coleta de dados como a observação, a entrevista e a análise dos registros produzidos.

Portanto, para essa pesquisa utilizamos como instrumentos de coleta de dados a observação e os documentos que serão apresentados no tópico a seguir.

## 2.3 Instrumentos para coleta de Dados

Segundo Rudio (1986, p. 114) “chama-se de instrumento de pesquisa o que é utilizado para a coleta de dados”, ou seja, é estabelecido efetivamente o que será utilizado no desenvolvimento do estudo para a obtenção das informações pertinentes ao trabalho.

Nesta pesquisa, são usadas como recursos para coleta dos dados as câmeras fotográficas e também o olhar atento dos observadores para cada participante do grupo observado acompanhado do diário de campo, pois, segundo Bogdan e Biklen (1994), é importante o relato das percepções do observador no campo.

Os registros produzidos pelos alunos também são analisados, isto é, todos os resultados das atividades de modelagem com elementos do futebol confeccionado pelos professores e realizados pelos alunos. Para levantarmos informações sobre o contexto da pesquisa e sobre os participantes usamos uma conversa informal com a professora da turma do primeiro ano do Ensino Integral.

Além disso, para obtermos informações essenciais para o trabalho de pesquisa focamos na realização da atividade proposta onde usamos dois instrumentos: a observação e os documentos produzidos pelos alunos, os quais serão apresentados nos tópicos a seguir.

### **2.3.1 Observação**

Marconi e Lakatos (2003, p. 190) definem observação como:

Uma técnica de coleta de dados para conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se desejam estudar. (MARCONI E LAKATOS, 2003, p. 190).

Durante a realização desta pesquisa usamos a observação como instrumento essencial para coleta de dados, pois identificamos e analisamos provas para a investigação a respeito da aprendizagem de conceitos matemáticos durante o processo de resolução da atividade de modelagem com elementos do futebol, as quais foram produzidas pelos alunos espontaneamente e que foram relacionados com o seu comportamento em sala de aula.

### **2.3.2 Documentos**

Um documento é considerado qualquer registro escrito que possa ser usado como instrumento de investigação. São exemplos de documentos as atas, relatórios, livros, planos de aulas, programas de curso, trabalhos de alunos, etc. (Alves–Mazzotti, 1998). Nesta pesquisa, a utilização desta técnica residiu na capacidade de evidenciar as informações obtidas por meio da observação do aluno durante a realização das atividades seja nas respostas das questões registradas no caderno e ou no dialogo ocorrido dentro de cada grupo.

Já os relatórios produzidos pelos dois grupos em cada etapa foram analisados na pesquisa. Nestes relatórios expressamos o produto final obtido pelos alunos no decorrer da

resolução das atividades propostas, ou seja, as respostas das atividades de Modelagem Matemática com tópicos do futebol.

Assim, para Gil (1995, p. 158) “as fontes escritas na maioria das vezes são muito ricas e ajudam o pesquisador a não perder tanto tempo na hora da busca de material em campo, sabendo que em algumas circunstâncias só é possível à investigação social através de documentos”.

Portanto, é condição necessária para que os fatos ocorridos sejam expostos através dos registros feitos pelos alunos, pois constituem os objetos da pesquisa. Sozinhos esses dados não explicam nada devendo ser interpretados, para sintetização das informações e assim as inferências serem realizadas.

## **2.4 Contexto**

Destino este tópico para a apresentação do local onde os dados foram coletados, caracterização do ambiente e dos sujeitos envolvidos na pesquisa. Os elementos deste tópico foram assim ordenados: o ensino, a cidade, o município, a escola, os professores, os alunos e o grupo a ser observado, dos quais apresentaremos a seguir.

### **2.4.1 Ensino**

As famílias que moram nos arredores do Colegio Polivalente de Alagoinhas, escola tomada como objeto de estudo, tiveram seu hábito de vida mudado no que tange a relação com o trabalho, isto é, com o passar dos anos houve muito desemprego o que fez essas famílias partirem para o mercado informal.

Devido a este fato estabeleceram-se transformações importantíssimas na constituição das famílias como também no poder aquisitivo da mesma. E em consequência desse processo alguns alunos começaram a se afastar da escola, mas este afastamento pode ser creditado também à falta de interesse pelos conteúdos trabalhados em sala de aula.

É necessário partir para um caminho rumo ao trabalho em sala de aula que possibilite aos alunos permanecerem no ambiente escolar. Para tentar modificar este quadro surge nesta escola a Educação Integral que é uma modalidade de ensino voltada para os estudantes desenvolverem em um processo educativo integrado todos os aspectos necessários a sua inserção na vida em sociedade de maneira ampla.

Esta modalidade existe no Brasil tanto no ensino fundamental onde recebe o nome de ‘Mais Educação’, quanto no Ensino Médio onde é conhecido como ‘Programa Ensino Médio Inovador – PROEMI’ que será abordado a partir de agora por se tratar da modalidade que os alunos que fazem parte desta pesquisa pertencem.

Segundo o Governo Federal, o PROEMI foi criado pela Portaria nº 971, de 9 de outubro de 2009, como uma estratégia para induzir a reformulação dos currículos do Ensino Médio. Para que houvesse esta reformulação objetivou-se em apoiar e fortalecer o desenvolvimento de propostas curriculares inovadoras nas escolas de ensino médio, buscando garantir a formação integral com a inserção de atividades que tornem o currículo mais dinâmico, atendendo às expectativas dos estudantes e às demandas da sociedade contemporânea.

No ensino Médio, por exemplo, o PROEMI acontece nas três séries onde as ações devem contemplar as diversas áreas do conhecimento a partir de atividades propostas. Sendo assim, criaram-se cinco macros campos: Acompanhamento Pedagógico (Linguagens, Matemática, Ciências Humanas e Ciências da Natureza); Iniciação Científica e Pesquisa; Leitura e Letramento; Línguas Estrangeiras; Cultura Corporal; Produção e Fruição das Artes; Comunicação, Cultura Digital e uso de Mídias; e Participação Estudantil.

Segundo o portal do MEC – Ministério de Educação e Cultura, macro campo é um campo de ação pedagógico-curricular onde se desenvolve atividades interativas, integradas e integradoras dos conhecimentos e saberes, dos tempos, dos espaços e dos sujeitos envolvidos com a ação educacional para enfrentar e superar a fragmentação e hierarquização dos saberes.

Estas ações são inseridas gradativamente ao currículo, ampliando o tempo na escola, na perspectiva da educação integral e, também, a diversidade de práticas pedagógicas de modo que estas, de fato, qualifiquem os currículos das escolas de Ensino Médio.

#### **2.4.2 Cidade**

A cidade em que situa a escola escolhida para realização da pesquisa fica no interior da Bahia – Alagoinhas. Segundo o portal oficial da prefeitura, Alagoinhas é formada por pessoas hospitaleiras e tem a segunda melhor água do mundo. Segundo o IBGE (2016) esta cidade tem como população estimada 154.495 habitantes e como unidade de área territorial tem 718,089 Km<sup>2</sup>. Há várias escolas e algumas instituições de nível superior sendo apenas uma pública. Há muitas ruas e bairros na cidade e em especial a Rua Artur Pereira de Oliveira, bairro Silva Jardim, por ser a localização da escola.

### **2.4.3 Escola**

A escola que foi realizada a pesquisa é uma escola pública e é conhecida como Colégio Polivalente de Alagoinhas. Escola de médio porte funciona nos três turnos e contém 16 salas de aula no prédio situado à rua professor Artur Pereira de Oliveira do bairro Silva Jardim.

A escola possui séries de Ensino Médio, Técnico Ambiental, de PROEMI – Programa de Ensino Médio Inovador, EJA – Educação de Jovens e Adultos e PROEJA - Programa Nacional de Integração da Educação Básica, com a Educação Profissional na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos.

Sua estrutura física é composta por 16 salas de aula, 01 biblioteca, 01 auditório com capacidade para 200 pessoas, 03 laboratórios, sendo 02 de informática e 01 de Ciências, 01 cantina, banheiros separados por sexo para alunos e professores, área livre para recreação sendo 01 interna coberta e 01 externa contendo uma quadra poliesportiva aberta, área administrativa composta por uma diretoria, 02 vice-diretoria, 01 secretaria, 01 sala de coordenação, 01 sala de professores, 01 almoxarifado, 01 sala de arquivo ativo e 01 inativo, e 01 sala de mecanografia.

### **2.4.4 Professores**

O corpo docente é formado por 42 professores onde todos são graduados, a grande maioria tem especializações e apenas dois possuem o título de mestre. Estes professores são adeptos à realização de projetos para melhoria da aprendizagem dos alunos, são comprometidos e têm em sua maioria mais de 23 anos trabalhando em sala de aula nesta escola.

Falando-se da formação em matemática existem apenas quatro professores que estão sempre procurando melhorar a prática em sala de aula, e para isso, fazem diversos cursos de formação e em consequência propiciam uma melhoria na aprendizagem dos alunos. Dentre estes está a professora que colaborou bastante para a execução desta investigação, com uma larga experiência em sala de aula, foi por escolha prévia dela a seleção da turma e dos grupos que foram observados.

### **2.4.5. Turma**

A turma escolhida tem 20 alunos. Desses, 14 são do sexo feminino e 6 do sexo masculino. A turma foi selecionada conforme o desejo da professora de matemática em colaborar com a pesquisa, permitindo que suas aulas fossem fotografadas e observadas. Ela

também nos relatou que os alunos são participativos, conhecem e usam algumas tecnologias, mas que possuem dificuldades de aprendizagem apesar de trocarem experiências conforme suas vivências e conteúdos matemáticos já estudados.

Eles têm idade entre 13 e 16 anos, em sua maioria, moram em locais afastados da escola onde apenas uma minoria não mora em zona considerada de risco. Muitos deles trabalham no fim de semana nas feiras para ajudar no sustento da família. Todos praticam ao menos uma modalidade esportiva e adoram futebol. O que foi propício inserir o futebol no contexto das atividades de modelagem propostas no decorrer da pesquisa.

#### **2.4.6 Grupo**

A sala foi dividida em quatro grupos de 5 alunos cada, dos quais foram denominados de grupo A, B, C, D. Os alunos escolheram livremente o grupo que iriam fazer parte. Todos os grupos participaram das atividades, mas apenas os grupos A e B foram escolhidos para terem suas respostas analisadas após terem participado da atividade (1) e os grupos C e D foram escolhidos para terem suas respostas analisadas após terem participado da atividade (2).

Esta escolha foi feita pela professora previamente para evitar assim possíveis constrangimentos dos indivíduos participantes da pesquisa. O critério para escolha do grupo a ser observado foi escolha da professora e o querer do aluno em participar da mesma. Apresentamos, portanto os grupos com nomes fictícios: grupo A (Marcia, Pedro, João, Paula e Julia), B (Carla, Moacir, Jânio, Edson e Clara), C (Ênio, Amélia, Livia, Maria e Olivia) e o D (Joice, Joana, Vilma, Lia e Nelma).

### **2.5 Procedimentos Metodológicos**

Os procedimentos foram realizados seguindo uma ordem que relataremos a seguir. Inicialmente foi feita uma explicação de como ocorreu a nossa inserção nas aulas e logo após como a professora fez o convite para os alunos participarem das atividades de modelagem, o que foi prontamente aceito.

Apresentamos uma atividade inicial apenas para que os alunos se acostumassem com a nossa presença enquanto pesquisadores e com os recursos na sala de aula (máquina fotográfica e diário de campo). Em seguida, foram aplicadas as atividades de modelagem com tópicos do futebol pertencente à pesquisa, intituladas de (1) O custo do gramado do campo de futebol e (2) O caso da acústica do estádio Itaqueroão.

Durante a aplicação das atividades foram feitas mediações pela professora nos momentos em que os alunos tinham dúvidas e assim pudessem entender o que as questões estavam propondo. No cenário da investigação descrevemos em um diário de bordo, ao mesmo tempo em que ocorriam os fatos, as várias seções de observações ou conversas que ocorreram nos grupos.

Neste diário, destacamos as interrogações dos alunos, as interferências e as indagações dos pesquisadores, as constatações dos alunos acerca do problema e sua relação com a matemática, o comportamento dos alunos, os conteúdos estudados, além de expressar as impressões sobre os fatos ocorridos.

Ao fazermos uso do diário de bordo várias anotações já tomaram forma de análise de dados. Essas anotações, segundo Bogdan & Biklen (1994, p.150), são “o relato daquilo que o pesquisador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha”. Um fato importante foi que em nenhum momento os alunos foram pressionados a fazer as atividades, pelo contrário, tudo que fizeram foi por desejo próprio.

## **2.6 Análise dos Dados**

Ao término da coleta de dados que ocorreu de setembro a novembro de 2015, possuía em mãos uma boa quantidade de material. Como dados da coleta havia as notas registradas no diário de campo (contendo anotações e observações feitas em sala), as fotografias (contendo as imagens de interação dos grupos durante o desenvolvimento do trabalho em sala) e o registro das respostas das atividades produzidas pelos alunos.

Esses materiais em conformidade com Alves – Mazzotti (1998, p. 170) “precisam ser organizados e compreendidos. Isto é se fazem através de um processo continuado em que se procura identificar dimensões, categorias, tendências, padrões, relações desvendando-lhes o significado”... .

Fazendo uso das sugestões de Alves e Mazzotti (1998), organizamos as anotações do diário de bordo, revistamos as observações deixadas e destacamos os aspectos que poderiam ser cruzados com as observações e trechos dos relatórios desenvolvidos pelos alunos.

Foram destacados certos episódios (como assim foram chamados nesta pesquisa) para realização das análises, em que expressamos nossas impressões seguidas das discussões contidas em cada episódio. A análise foi realizada a luz da literatura trazida no primeiro capítulo. Segundo Araújo (2002) esses episódios são acontecimentos que ocorrem durante o



desenvolvimento do trabalho e quando transcritos fielmente, relaciona-se a situação em destaque e ajudam na compreensão do fato destacado.

Estes procedimentos objetivam identificar as possíveis contribuições do futebol em atividades de modelagem para aprendizagem de conceitos matemáticos, verificar se houveram indícios dessa aprendizagem e analisar como a Modelagem Matemática e o futebol podem contribuir para esta aprendizagem.

Explanadas as questões sobre metodologia e procedimentos adotados na coleta e análise de dados, dedicarei o próximo capítulo a apresentar a descrição e análise do trabalho de modelagem desenvolvido na investigação.

### 3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

A professora explorou duas atividades de Modelagem Matemática diferentes com os alunos a luz do estudo de Barbosa adaptadas para ‘caso 1’, usando elementos do futebol. Inicialmente foi apresentada a descrição de duas situações problemas com informações necessárias para a sua solução e o problema proposto cabendo ao aluno o processo de resolução.

Como é importante que identifiquemos quais os elementos (conceitos, proposições, ideias claras, precisas, estáveis) necessários à aprendizagem do conceito a ser ensinado, então o aluno deveria ter na sua estrutura cognitiva elementos para aprender significativamente este conceito. Nesse sentido, a professora afirma que os alunos tinham muitas dificuldades na compreensão das representações dos números reais, conceitos de equação do 1º grau, funções e representação gráfica.

É perceptível que houve uma aprendizagem mecânica desses conceitos, pois não houve a construção de novo aprendizado alicerçado em informações anteriores significativas. As duas atividades propostas e aplicadas pela professora possuem uma relação com um modelo simples e buscam estabelecer uma conexão desse modelo com o objeto de aprendizagem já trabalhado anteriormente pela mesma (conhecimentos prévios) sendo realizada em duas aulas cada uma.

A primeira atividade proposta para os alunos foi planejada a partir do recorte do texto de um artigo publicado na Internet da Casa das Dicas-Jardinagem datado de 08/02/2014 intitulado ‘*Quanto custa o metro quadrado da grama em tapetes?*’, acessado em 20/12/2015; e a segunda atividade, também aplicada pela professora, foi a partir do recorte de um texto publicado no Blog de Rodrigo Matos datado de 04/09/2013, intitulado ‘*Acústica do Itaquero duplica som da torcida em relação a Pacaembu*’, acessado em 05/06/2015.

Usamos estes textos como fontes de informação para cada questão contida em cada atividade proposta onde os alunos teriam que discutir em grupo e apresentamos suas estratégias e resultados. Assim, a professora lança para turma a 1ª Atividade. No texto contido nesta atividade é informado sobre o preço do quilo da semente da grama (R\$150,00), o preço do metro quadrado da grama em tapetes (R\$3,80), a área em metro quadrado que um quilo de semente dá para plantar (200).

#### ***Atividade 1: Quanto custa o metro quadrado da grama em tapetes?***

*Para plantar um jardim gramado em uma casa você tem basicamente dois caminhos: primeiro você pode comprar a semente se fazer a semeadura dela direto na terra ou poderá comprar a grama já pronta em tapetes e fazer o replantio dela no seu jardim. As duas opções são viáveis,*

*embora plantar a grama em tapetes é de longe a opção mais indicada por ser mais rápido, uma vez que a grama já está plantada, bastando apenas ela se adaptar ao novo terreno para ficar verdinha novamente.*

### ***Custo da grama em sementes***

*Se você preferir comprar a semente e plantar, o custo poderá ser até menor. Pesquisando em alguns sites encontrei a grama esmeralda, que é a mais usada, por aproximadamente R\$ 150,00 o kg. Um quilo de grama em semente seria suficiente para cobrir uma área de aproximadamente 200 m<sup>2</sup>.*

### ***Custo da grama em tapetes***

*Se a opção for pela grama pronta em tapetes, o custo poderá ser um pouco maior, mas ainda assim eu prefiro, uma vez que o resultado compensa. Neste caso o custo pode variar bastante, mas em minha cidade há um fornecedor que vende a R\$ 3,80 o m<sup>2</sup>, isto sem considerar a entrega. Vamos tentar uma estimativa aproximada do número de placas de gramas que devem ser espalhadas na área de jogo do campo de futebol.*

*<http://www.casadicas.com.br/jardinagem/quanto-custa-o-metro-quadrado-da-grama-em-tapetes/>*

Inicialmente a professora apresenta a atividade (1) através de um recorte de texto. Ela convida os alunos para realizarem a atividade conscientemente, para que a mesma seja levada a sério e assim possam interpretá-la. Pede que leiam o texto e logo após, façam a análise dos trechos que mais chamaram sua atenção. As atividades acima citadas foram realizadas pelos alunos e depois escolhemos alguns momentos que apareceram a parti dos dados coletados e nos chamaram a atenção, que foram organizados e compreendidos segundo consta no item da análise de dados deste trabalho.

As questões são lidas pela professora em voz alta, para que todos possam ouvir: “*Leiam o texto e da melhor maneira possível e tentem entender o que a questão pede para ser feito, escreva ou registre a solução da questão como também toda linha de pensamento utilizado para esta solução*”. Explica a professora: ‘evitem sair da pergunta’, depois pede para que façam o registro justificando essa resposta por cálculo matemático, mas dando liberdade aos alunos para levantarem outros questionamentos.

Os alunos dos grupos observados começam por uma leitura silenciosa e logo após cada grupo socializa esta leitura para os outros em voz alta. A partir dos recortes citados abaixo da atividade (1), os alunos ficam informados com os preços cobrados por uma placa de grama,

tentam relacionar estes preços com custo de fazer o gramado de um campo de futebol e também com conteúdos que já foram trabalhados em sala de aula pela professora:

*(1º) Pelo que você conhece adote as dimensões pertinentes a cada lado do campo.*

Nesse contexto é perceptível que os grupos analisam a situação de aprendizagem de forma mais ampla e buscam dados que possibilitam a resolução do problema. Articulam suas respostas de forma mais significativa quanto às preposições. A resposta que foi considerada correta pela professora: *Comprimento 120 metros e largura 90 metros*. Ao realizar a leitura do texto a resposta é transmitida nas gravuras contidas no final do mesmo. No entanto se o aluno quiser também é possível calcular a área da grama em tapete e a área do campo.

O objetivo desta questão é a análise dos dados e a relação entre os mesmos, analisar se o aluno tornou significativa a ideia das dimensões. Os grupos A e B a princípio conseguiram utilizar os dados contidos no texto da atividade proposta para resolver a situação problema.

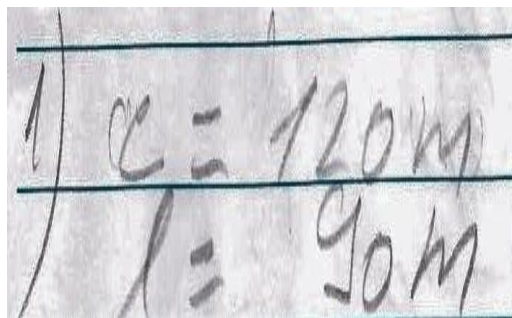
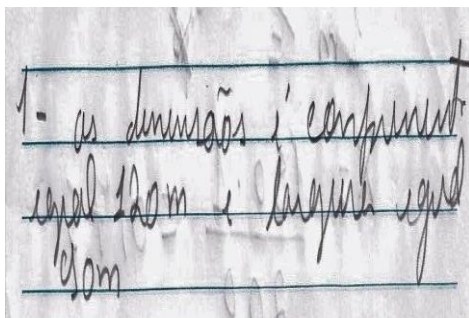
O grupo A conseguiu relacionar as dimensões do terreno com a largura e o comprimento. Notou-se que houve a interação da matemática com a geometria e assim acreditamos que estes alunos conseguem ver estes conceitos dentro de sua realidade. Já o grupo B não associa o valor numérico ao sentido de largura e comprimento.

*Grupo A: comprimento 120m e largura 90m*

*Grupo B: 90 metros e 120 metros*

Resposta do Grupo: A

Resposta do Grupo: B



*(2º) Quantas placas de grama aproximadamente são necessárias para cobrir 6m<sup>2</sup>, 10m<sup>2</sup> e o todo da área do campo de futebol?*

Neste contexto é evidente que os grupos buscaram elementos no texto que os levassem a solução da situação problema, mas antes analisaram várias vezes a questão e tiraram algumas dúvidas com a professora que usou a mediação para resolver esta situação. Podemos assim analisar que os grupos tiveram dificuldades.

Os grupos A e B resolveram esta situação problema sem usar a linguagem formal da matemática, isto é, chegaram à solução multiplicando as dimensões da grama e também do campo e logo após dividiram o maior valor pelo menor encontrando a quantidade de placas de grama. Eles tinham o entendimento de realizar as operações descritas como também todo o processo para chegar ao resultado, porém não fizeram os cálculos na forma escrita, apenas intuitivamente.

#### Resposta do Grupo: A

Handwritten work for Group A:

$$a = 0,40 \times 0,625 = 0,25 \text{ m}^2$$

$$6 \text{ m}^2 = \frac{6}{0,25} = 24 \text{ placas}$$

$$10 \text{ m}^2 = \frac{10}{0,25} = 40 \text{ placas}$$

$$\text{Campo} = 90 \times 120 = 10800$$

$$10800 \text{ m}^2 = \frac{10800}{0,25} = 43200$$

#### Resposta Grupo: B

Handwritten work for Group B:

$$a = 0,40 \cdot 0,625 = 0$$

$$1 \text{ p} \rightarrow 0,25 \text{ m}^2$$

$$6 \text{ m}^2$$

$$\frac{6}{0,25} = 24 \text{ p}$$

$$1 \text{ p} \rightarrow 0,25 \text{ m}^2$$

$$10 \text{ m}^2$$

$$\frac{10}{0,25} = 40 \text{ p}$$

$$\text{Campo} =$$

$$\frac{90}{120} \quad 1 \text{ p} \rightarrow 0,25 \text{ m}^2$$

$$\frac{10800}{10800} \quad ? \rightarrow 10800$$

$$\frac{10800}{0,25} = 4$$

(3º) *Elabore um modelo matemático que possa calcular a quantidade de placas de grama para a quantidade qualquer de área de um terreno.*

Os grupos nesta questão foram ao texto encontrar informações que os levassem a solução da situação problema, informações estas que foram devidamente analisadas. O grupo A relacionou cada dado numérico do texto selecionado para resolver a questão a um símbolo,

fazendo assim alusão à equação matemática, e pela forma descrita, também trabalharam conceitos de razão, proporção, equações e as quatro operações.

O grupo B também conseguiu elaborar corretamente o modelo, mas ao contrário do grupo A, pega a incógnita  $x$  e coloca atrás da constante uma vez que o resultado correto seria a constante vir na frente mesmo tendo determinado os símbolos matemáticos que a professora usa no ensino de função em sala de aula corretamente.

$x$  = quantidade de placa;  $y$  = valor da área; 0,25 a área de uma placa (constante).

Modelo Grupo A:  $y = 0,25x$

Modelo Grupo B:  $y = x \cdot 0,25$

Resposta do Grupo: A

Resposta Grupo: B

Handwritten student work for Group A:

1 p	0,25
2 p	0,50
3 p	0,75

$y = 0,25x$

Handwritten student work for Group B:

0,25 m <sup>2</sup>	1 p
0,50 m <sup>2</sup>	2 p
0,75 m <sup>2</sup>	3 p
1 m <sup>2</sup>	4 p

$y = x \cdot 0,25$

(4°) Qual seria a despesa obtida ao se plantar de grama um campo de futebol? E um jardim com lados medindo 6m e 2m?

Os alunos nesta questão estão mais seguros no que tange a achar os dados para solucionar a situação problema. As informações foram encontradas anteriormente em outras questões.

O grupo A como estratégia de solução pegaram o preço de uma placa de grama e multiplicaram pelo número de placas que o campo de futebol comporta, achando assim o resultado. Nesta questão, o grupo calculou o preço da placa de grama proporcional à área que ela contém e multiplicou pelo número de placas do campo de futebol. E estes dados foram calculados em outras questões para saber o custo desta plantação no campo. Eles não conseguiram calcular o custo do jardim.



Já o grupo B discutiu quanto à resposta, optando por usar uma tabela para relacionar as informações e por isso conseguiu chegar à solução do mesmo.

*Resposta do Grupo: A*

$$4) \frac{200\text{m}}{1\text{m}} = \frac{150}{x}$$

$$x = \frac{150 \cdot 1}{200} = 0,75$$

$$1\text{m}^2 \text{ custa } 0,75 \text{ centavos}$$

grama do campo  
 area do campo  $20 \times 120 = 2400$   
 $2400 \cdot 0,75 = 1800$   
 R\$ 1800,00

$$6\text{m}^2 \rightarrow \frac{6}{0,75} = 8$$

$$2\text{m}^2 \rightarrow \frac{2}{0,75} = 2,67$$

*Resposta Grupo: B*

$$4) \frac{150,00}{200\text{m}^2} = \frac{1\text{m}^2}{0,75}$$

$$10800 \cdot 0,75 = 8100$$

$$8100 \text{ custo do campo}$$

$$6 \cdot 0,75 = 4,50 \text{ custo de } 6\text{m}^2$$

$$2 \cdot 0,75 = 1,50 \text{ custo de } 2\text{m}^2$$

(5º) *Elabore um modelo matemático que possa calcular o custo por quantidade de placa de grama.*

Nesta questão o objetivo é a validação do modelo do custo por quantidade de placas de grama, utilizando a ideia de equação do primeiro grau já vista anteriormente por eles como pré-requisitos para formulação das relações algébricas da função do primeiro grau.

Houve a percepção por parte dos grupos da relação de interdependência entre as grandezas onde eles observaram que representam uma função. Deixamos claro que eles conseguiram estabelecer a variável dependente ou independente na relação.

O grupo A estabeleceu a relação quanto à dependência da função. O termo independente representa o número de placas, o dependente o custo e o preço de uma placa é o coeficiente no qual retrata uma função do 1º grau.

*Grupo A: x representa o número de placas; 0,75 representa o preço de uma placa; y representa o custo por quantidade de placas.*

*Modelo do Grupo A:  $y = 0,75 \cdot x$*

Resposta do Grupo: A

$$\begin{array}{r}
 5 - 1\text{m}^2 - 0,75 \\
 \hline
 2\text{m}^2 - 1,50 \\
 \hline
 3\text{m}^2 - 2,25 \\
 \hline
 \hline
 V = 0,75X
 \end{array}$$

Já o grupo B estabeleceu também a relação, mas fazendo uso de uma tabela como estratégia para obtenção do modelo. Eles conseguiram escreverem como modelo a razão do termo dependente (Y) pelo independente (x) para achar o valor constante de uma placa (0,75), onde o termo dependente significa o custo, o termo independente a quantidade de placas.

*Modelo do Grupo B:  $Y=0,75.x$*

*Resposta Grupo: B*

5)

Placas	Preço
1	0,75
2	1,50
3	2,25
4	3,00
5	3,75

0,75  $\frac{1}{1}$   
 0 0,75

$V = 0,75X$

(6º) *Construa uma tabela como também seu gráfico que melhor represente a quantidade de placas de grama e a área a ser plantada de um campo de futebol.*

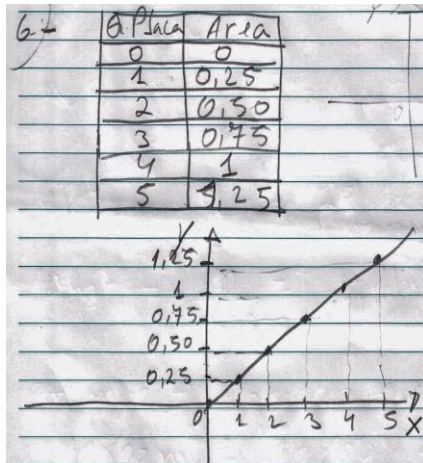
O grupo A e o grupo B passaram a ler o texto com mais atenção e identificaram a situação e relações determinantes para solução do problema. Houve um desenvolvimento quanto ao entendimento de tabela, do termo dependente e independente e da constante. Os grupos utilizaram a calculadora, pois tem dificuldades com as quatro operações.

O grupo A e o grupo B interpretaram corretamente a situação e efetuaram relações entre as variáveis propostas pelo problema chegando a uma resposta considerável. Com relação à representação gráfica foi realizada dentro do esperado, todos os grupos conseguiram realizar as transferências de informações da tabela para o gráfico. Tanto o grupo A como o grupo B não

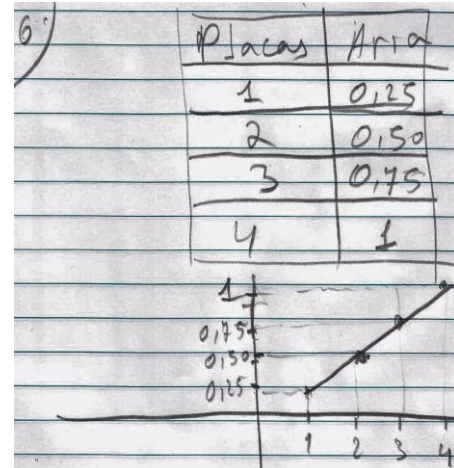


observaram a inclinação da reta, pois esta deveria estar mais próxima da reta Y uma vez que seus respectivos valores são números decimais.

*Resposta do Grupo: A*



*Resposta Grupo: B*



### ***Atividade 2: Acústica do Itaquerão duplicará o som da torcida em relação ao Pacaembu***

No texto contido na atividade 2, há informação sobre a altura do barulho em decibéis da torcida do Corinthians em dia de jogo com casa cheia (91,5 dcb) e na hora do gol (113 dcb), a capacidade de assentos do Estádio Pacaembu antes da Copa do Mundo de Futebol no Brasil em 2014 (48234), o acréscimo de assentos durante a copa (9900), a quantidade de assentos do anel inferior (33000), a capacidade de assentos de cada lado deste anel (10500), atrás de cada gol no anel (6000) e o acréscimo de lugares no setor norte e sul com a retiradas dos assentos respectivamente (1800 e 800).

### ***Acústica do Itaquerão duplicará o som da torcida em relação ao Pacaembu***

*No final de 2011, foi realizado um teste acústico para medir o impacto sonoro do Itaquerão nas vizinhanças. O objetivo final era impedir que o barulho da torcida ultrapassasse os limites sonoros da região.*

*Para isso, foram feitas avaliações em cinco pontos em volta do estádio, assim como medições de um jogo do Corinthians no Pacaembu. Neste último teste, constatou-se que a torcida corintiana atinge um máximo de 91,5 decibéis em uma partida cheia, com um pico de 113 decibéis na hora do gol.*

<http://rodrigomattos.blogosfera.uol.com.br/2013/09/04/acustica-do-itaquerao-duplicara-som-da-torcida-em-relacao-a-pacaembu/>

*Ao todo, a arena possui capacidade para 48 234 lugares. Durante a Copa do Mundo de 2014, excepcionalmente foram instalados outros 19 900 assentos temporários em arquibancadas móveis colocadas acima dos setores norte e sul, que começaram a ser desmontadas dias após a última partida realizada na Arena durante aquele Mundial. No final de outubro de 2014, o processo de retirada foi concretizado.*

*O anel inferior de arquibancadas atravessa toda a Arena. Ele abriga 10 500 assentos em cada lado, além de mais de 6 000 atrás dos gols, um total de 33 000 lugares. A distância entre a primeira fila de assentos e o campo é de 9 metros em todos os lados.*

*Com a retirada das cadeiras, houve um acréscimo aproximado de 1 800 e 800 lugares respectivamente nos setores nortes e sul. Atendendo a um pedido das torcidas organizadas, as cadeiras do setor norte inferior, que é reservado a elas, foram retiradas para que se possa assistir aos jogos em pé.*

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Arena\\_Corinthians](https://pt.wikipedia.org/wiki/Arena_Corinthians)

A turma foi dividida nos mesmos grupos que participaram da atividade (1) e depois fizeram voluntariamente a leitura do texto. Ocorreram vários questionamentos sobre a acústica dos estádios de futebol, mais precisamente do Itaquerão, os prejuízos à audição e como se mede esta acústica. Os dados estão dentro dos textos.

Seria observado se os grupos neste contexto interpretariam as situações de aprendizagem de forma mais significativa e buscariam dados que fizessem resolver os problemas abaixo. Os grupos identificaram os dados, argumentaram, fizeram relações, testaram possíveis resoluções e estabeleceram uma forma de representar a solução. Esta última é a fase mais complexa e desafiadora, pois é nesta fase que se dá a tradução da situação proposta da realidade para a matemática: a matematização.

*(1º) Qual a diferença da quantidade do som no Itaquerão em uma partida antes e depois do gol do Corinthians?*

O grupo C discutiu e interpretou a questão indo buscar no texto as informações necessárias para a resolução. O grupo usou conhecimentos prévios para fazer a ligação da palavra escrita com a linguagem matemática. O conceito utilizado seria a operação de subtração. Nesse processo verificamos que houve a indagação e investigação no intuito de buscar conhecimentos que considerasse um mesmo raciocínio, estruturas cognitivas significativas.

*Resposta do Grupo C:*

$$\begin{array}{r} 113 \\ - 91,5 \\ \hline 21,5 \end{array}$$

O grupo D fez a interpretação do texto sem dificuldades para resolverem a questão. O grupo discutia para saber que operação iria utilizar. Apesar disto o grupo chegou à resposta mentalmente apenas realizando a comparação entre o som do estádio na hora gol e o som do estádio sem a hora do gol. Este encontro da resposta não deixava o grupo satisfeito que buscava fazer este processo por uma operação mais complexa. O pesquisador fez várias perguntas percebendo que o grupo estabeleceu relações.

Sabemos que as propostas hoje para a aprendizagem da matemática na escola vêm dando ênfase ao desenvolvimento de habilidades de cálculo e estimativa, pois é uma exigência da sociedade atual. Ao cálculo mental é estimulado a sua presença nas práticas pedagógicas. Utilizando a habilidade de raciocínio por meio do cálculo mental e argumentação do grupo, chegaram à resposta de forma rápida e articulada.

*Resposta do Grupo D*

$$\begin{array}{r} 113,0 \\ - 91,5 \\ \hline 21,5 \end{array}$$

(2º) *Qual a porcentagem correspondente ao numero de lugares do setor norte para o total de lugares no Itaquerão?*

Após a leitura do texto, o grupo C reiterou a leitura várias vezes a fim de encontrar informações que faziam parte da solução da questão. As discussões tinham ligação com a dificuldade de interpretação do texto e entendimento de porcentagem como expressão de determinada grandeza. Conseguiram entender e após conversas e análises resolveram a questão.

O trabalho desenvolvido em grupos favoreceu este grupo, pois articularam as ideias e argumentaram os resultados obtidos, chegando ao resultado correto. Não tinham certeza da solução questionavam quanto ao resultado.

*Resposta do Grupo C:*

Handwritten calculation on lined paper:

$$\begin{array}{r} \text{Total} = 33000 \\ \text{Monte} = 1800 \\ \hline 33000 \quad 100\% \\ 1800 \quad \quad \quad \times \\ \hline \sqrt{1800 \cdot 100} = \\ 33000 \\ \hline 5,45 \end{array}$$

No grupo D houve interesse pelo assunto mais acentuado do que nos demais, acontecendo críticas sobre o barulho ensurdecador nos estádios, nas ruas em dias de festas, nos carros de som e nos bares de ponta de rua. As discussões giravam em torno dos dados do texto da atividade de aprendizagem e eram importantes para solução da mesma.

*Resposta do Grupo D:*

Handwritten calculation on lined paper:

$$\begin{array}{r} \text{total} = 33000 \\ \text{reter monte} = 1800 \\ \hline \frac{1800 \cdot 100}{33000} = \frac{180000}{33000} = \\ \hline 5,45\% \end{array}$$

(3º) O Itaquerao é formado pelo anel superior e pelo anel inferior. Quantos lugares existem no anel superior?

O grupo C não teve dificuldade em interpretar esta questão ou tão pouco em achar as informações no texto necessárias para esta solução. Utilizaram conhecimentos prévios de diferença entre grandezas e acharam a resposta a contento.

*Resposta do Grupo C:*

Handwritten calculation on lined paper:

$$\begin{array}{r} \text{Anel superior} \\ 10500 \\ 33000 - 10500 = \\ \hline 22500 \end{array}$$

O grupo D não teve dificuldade em interpretar esta questão, leu o texto e retirou do mesmo as informações necessárias. Decidiram pela resposta tendo consciência de como relacionar as informações

*Resposta do Grupo D:*

3º total = 33000  
 Amel superiores = 10500  
 total = amel superiores - amel inferior  
 $33000 - 10500 =$   
 22500

(4º) Qual a quantidade de som em decibéis emitida por cada torcedor? E por cinco torcedores? E por dezoito torcedores?

O grupo C desenvolveu esta atividade com certa dificuldade, no entanto perguntou se poderia usar calculadora, pois não as sabia realizar as operações de divisão e multiplicação com mais de dois números. O grupo não teve problema em registrar na linguagem matemática no calculo. Este grupo no final fez uma tabela organizando os dados encontrados para melhor compreensão.

*Resposta do Grupo C:*

4º  $11348234 / 0,0023 = 0,0115$

0,0023	0,0023 +
0,0023 +	0,0023
0,0023	0,0046
0,0069	0,0069
	0,0092

O grupo D mostrou mais segurança em resolver a questão não tirando nenhuma dúvida a respeito da mesma. Leram várias vezes e a todo o momento estavam discutindo de que forma era para resolver a questão. Depois decidiram em conjunto e fizeram da forma escolhida. As



contas de dividir e multiplicar também mostravam dificuldades necessitando do uso da calculadora, o que fizeram sozinhos, demonstrando habilidade em operá-la.

*Resposta do Grupo D:*

4: Torcedores = 48234 |  $1x = 0,0023$   
 Som = 113  
 Som por torcedor  $5x =$   
 $113 \quad | \quad 48234$   $5 \times 0,0023$   
 $0 \quad 0,0023$   $= 0,0115$

(5º) *Elabore um modelo matemático que possa calcular a quantidade de som em decibéis sabendo a quantidade de torcedores presentes no estádio.*

O grupo C considerou a letra  $y$  como o termo dependente correspondendo à grandeza quantidade de som, a letra  $x$  como termo independente correspondendo a grandeza quantidade de torcedores e 0,0023 a constante. Este grupo não teve dificuldade de interpretação do problema e conseguiu relacionar esta constante com o valor do som produzido por um torcedor dentro do estádio e este valor foi achado na questão anterior.

*Resposta do Grupo C:*

5:  $S = 0,0023x$

O grupo D não teve dificuldade de encontrar o modelo corretamente e nas suas discussões podemos observar que eles fizeram comparação da constante usada no modelo com o valor do som produzido por um torcedor no estádio, cálculo feito por eles na questão anterior. Considerou como termo independente correspondendo à grandeza quantidade de torcedores, a letra “ $t$ ” como termo dependente correspondendo a grandeza quantidade de som, a letra “ $s$ ” e como constante o mesmo valor que o grupo C usou que é 0,0023.

*Resposta do Grupo D:*

5:  $S = 0,0023x$

(6º) Construa uma tabela da quantidade de som produzida por quantidade de torcedor.

O grupo C fez a tabela caracterizando as variáveis e relacionando os dados corretamente. Estes dados foram coletados por eles utilizando para o termo independente valores aleatórios, pois a questão permitia liberdade de escolha. Este grupo na nossa observação não usou o modelo matemático achado na questão anterior, isto é, fizeram o cálculo usando a calculadora multiplicando a quantidade de torcedor pela quantidade de som produzido por apenas um. Cálculo este realizado anteriormente.

Resposta do Grupo C:

The image shows handwritten work for Group C. It includes a table with columns 'Torcedor' and 'Som', and a third column with values. Below the table, there are two equations:  $Y = 0,0023 \cdot 2$  and  $Y = 0,0023 \cdot 3$ . There are also some calculations and markings like 'X' and '13'.

	Torcedor	Som	
11	1	0,0023	0,0069
0,0023	2	0,0046	0,00 X
4	3	0,0069	
0,0092	4	0,0092	
	5	0,0115	

Equations and calculations shown:

$$Y = 0,0023 \cdot 2$$

$$Y = 0,0023 \cdot 3$$

Other markings include 'X', '13', and '10046'.

O grupo D construiu a tabela corretamente usando as variáveis de maneira correta, mas não usaram o modelo para cálculo da quantidade de som produzido, fizeram uso da maneira direta. Eles usaram a calculadora para resolver as operações.

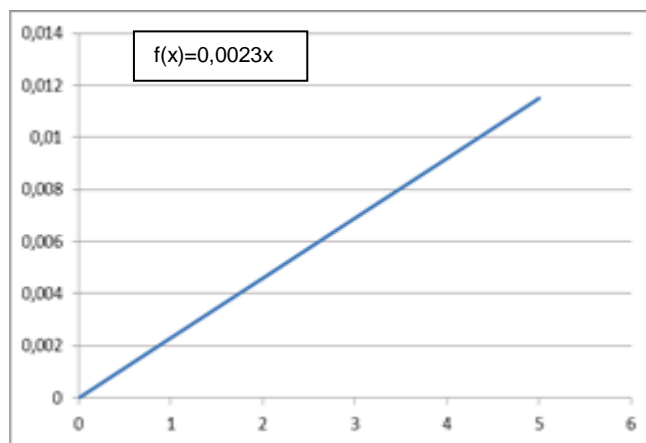
Resposta do Grupo D:

The image shows handwritten work for Group D. It includes a table with columns 'Torcedor' and 'Som', and a third column with values. There are also some calculations and markings like 'X' and '2'.

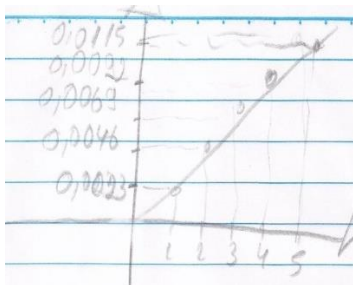
	Torcedor	Som	
	1	0,0023	0,0023
	2	0,0046	X 2
0,0023	3	0,0069	00046
4	4	0,0092	1
0,0092	5	0,0115	0,0023

(7º) Representar em forma de um gráfico os dados da tabela acima

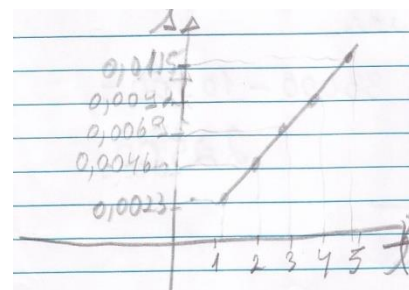
Entendendo que no gráfico de uma função o valor de  $x$  se associa a apenas um valor de  $y$ , os alunos utilizando as coordenadas cartesianas marcaram pontos referentes aos pares  $(x, y)$ . Com a união de todos os pontos os alunos obtiveram o gráfico de uma função e verificaram que é uma reta. Todas as duplas conseguiram levar informações da tabela para o gráfico, fizeram comparações, discutiram, fizeram transposição do conteúdo que estava sendo tratado com outros gráficos estudados em outras disciplinas, verificaram que a reta é formada por pontos e que cada ponto é formado pela união de dois números e que esses números formam neste momento um ângulo de 90 graus.



Resposta do Grupo: C



Resposta do Grupo: D



Nesta atividade feita pelo grupo C e D observa-se que eles definiram a função de maneira semelhante.

Assim, ao analisar o item 6 e 7 da situação proposta, verifica-se que os alunos definiram a função do mesmo jeito. Desse modo, relacionaram a variável independente  $x$  com a variável



dependente  $y$  que eles a chamaram de  $f(x)$ , Observando a resolução da questão 6 e 7, verifica-se que os grupos compreenderam que ao relacionar o valor 2 com a função definida por  $f(x)=0,0023.X$  ele obteria o valor 0,0046 que corresponde ao valor de  $y$  da relação com  $x$  igual a 2.

Mas o que o grupo não conseguiu associar foi o fato de que os valores de  $x$  são bem maiores do que os valores de  $y$  e por este motivo o gráfico teria o ângulo de inclinação menor para a ordenada ( $y$ ) isto é o gráfico ficaria mais perto da reta  $Y$  e não como foi colocado pelos alunos dos grupos. Ao relacionar as informações no plano cartesiano, observa-se que apesar dos grupos C e D conseguirem compreender o que acontece quando a variável independente assume o valor de zero e, marcar corretamente o ponto no gráfico, os demais valores não estão colocados no gráfico de forma correta, pois, ao desenhar o gráfico, o aluno deve perceber o distanciamento correto de um ponto ou de um valor para o outro, implicando seriamente no esboço do gráfico que representa a função em questão. Em relação ao item 6 da atividade proposta, observa-se que os grupos C e D usou o esquema de colocar os valores numa tabela da forma correta.

No entanto, depois de fazer uso desse meio, nota-se que os alunos dos grupos cometeram alguns erros de multiplicação, pois armaram as contas corretamente, mas no processo para achar o resultado não conseguiram fazê-lo, recorrendo ao uso da calculadora do celular para tal. Assim, fica evidenciada a grande dificuldade que os alunos têm em fazer operações no conjunto  $R$ . Os valores são os números de zero a cinco. No entanto, foi possível notar que, ao relacionar os valores anteriormente citados à função, o número resultante não corresponde ao valor correto, o que implica num esboço de gráfico incorreto, pois depende dos respectivos valores de  $x$  e  $y$ .

Diante de tudo o que foi exposto aqui, é possível perceber que o trabalho com abordagens da modelagem matemática e com uso do futebol auxiliou em uma melhor compreensão dos conhecimentos matemático em questão, apesar de ainda notar algumas falhas nas respostas dadas pelos grupos na segunda atividade. Assim, apesar das condições que levaram o trabalho a acontecer de um modo um tanto rudimentar, é possível considerar que o resultado foi significativo, pois foi possível perceber evoluções em torno do trabalho realizado pelos alunos.

No entanto para levar o aluno a se envolver com o saber é preciso desenvolver atividades que multipliquem as articulações possíveis internamente entre os diferentes temas da Matemática, entre as várias maneiras de representar o conhecimento, entre o saber escolar e os conhecimentos do cotidiano e assim por diante. Dessa maneira, é possível prever um grande

número de esquemas, mostrando que a aprendizagem acontece também em função do tempo vivenciado pelo aluno e não somente nos momentos abstratos previstos no planejamento didático. Portanto, foi baseando-se nessas afirmações em torno da aprendizagem da Matemática e também nas estratégias para a sua aprendizagem (o uso do futebol em atividades de modelagem) que este trabalho aconteceu. Desse modo, vale ressaltar que, apesar de tudo que foi feito, não é possível considerar somente as relações entre o saber matemático e a sua aprendizagem ou a relação aluno-professor, é importante considerar todo o conjunto de relações, pois somente nesse conjunto é que pode ser considerado que um aluno poderá alcançar uma aprendizagem significativa.

Os dados coletados ao longo desta pesquisa, correlacionados com os resultados alcançados com a Modelagem Matemática e o futebol levaram a identificar as contribuições da mesma para a aprendizagem de conceitos matemáticos, pois além de permitir aos alunos uma maior motivação para aprender, possibilita ser um sujeito ativo na construção do conhecimento, a ter um ambiente de aprendizagem mais prazeroso e uma aprendizagem melhor.

Afirmamos que as maiores vantagens percebidas na utilização da Modelagem Matemática e do Futebol além da aprendizagem dos conceitos matemáticos permeiam entre maior participação, troca de ideias e experiências entre os alunos, oportunidade de trabalho em grupo, prazer pela descoberta, ensino mais divertido, vistas como estimuladoras do interesse dos alunos, aluno com autonomia no processo.

#### 4. DISCUSSÃO

Durante a aplicação da atividade proposta de Modelagem Matemática com tópicos de Futebol (1), os alunos de posse dos textos observaram atentamente as situações problemas, exploraram, investigaram, tomaram decisões, fizeram previsões, refletiram e fizeram uma análise crítica para chegarem à validação do modelo, como também, trabalharam com alguns conceitos matemáticos, onde fizeram estudos sobre operações em  $\mathbb{R}$ , cálculos de porcentagem, definição, noção de função, sua classificação e seus respectivos gráficos.

Percebemos que os alunos estavam participativos e comprometidos com o trabalho desenvolvido por eles, em cada grupo. E isso era devido ao fato de estarem fazendo as atividades sem imposição, isto é, faziam por que queriam fazer; bem como, o tema das atividades terem sido diferentes daqueles trabalhados em sala de aula no seu dia a dia e com uma abordagem metodológica contrária a tradicional.

Devido a estes dois fatos: fizeram a atividade por sua própria vontade e pelo elemento ser significativo para os estudantes; consideramos que houve a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos, pois essa confirmação estar embasada pela teoria Ausubel, (Moreira, 1999) da aprendizagem significativa.

Recorte das atividades 1,5 e 6, grupos A e B:

*1-Pelo que você conhece adote as dimensões pertinentes a cada lado do campo.*

*\* As dimensões são 90metros e 120 metros*

*5-Elabore um modelo matemático que possa calcular a quantidade de placas para quantidade de qualquer área de terreno.*

*\*x quantidade de placa de grama e uma grandeza que varia independente.*

*\*o custo y é uma grandeza dependente que varia de acordo a grandeza x quantidade de placa de grama.*

*\*para cada valor de x esta associada um único valor de y.*

*\*a lei que define esta função é:  $y=0,25x$ .*

*\*a variável x é chamada independente e a variável y dependente da variável x.*

*Existindo a relação entre as grandezas quantidade de placa de grama e área pode responder a seguinte questão:*

*6- Qual seria a despesa obtida ao se plantar de grama um campo de futebol? E um jardim com lados medindo 6m e 2m?*

\*6- Qual seria a despesa obtida ao se plantar de grama um campo de futebol? E um jardim com lados medindo 6m e 2m?

\*y é o custo de plantio.

\*para cada valor de x estar associada um único valor de y.

\*a lei que determina esta função é  $y=0,75x$ .

\*a variável x é chamada independente e a variável y depende da variável x.

Existindo a relação entre as grandezas quantidade de placa e custo. Assim podemos ter:

Área do Campo  $A=90.120=10800m^2$

$Y=0,75x$

$Y=0,75.10800$

$Y=8100$

O custo é de R\$8100,00

Área do jardim  $A=3.4=12m^2$

$Y=0,75x$

$Y=0,75.12$

$Y=9$

O custo é de R\$9,00

Diante de tudo o que foi exposto aqui, é possível perceber que o trabalho com Modelagem Matemática e tópicos do futebol auxiliou em uma melhor compreensão do saber matemático em questão, apesar de ainda notar algumas falhas nas respostas dadas pelos alunos. Desse modo, nota-se que as respostas dadas à segunda situação problema foram mais bem elaboradas e com maior interação do conteúdo matemático na discriminação dessas respostas, o que não pode ser visto do mesmo modo na primeira atividade. Apesar das condições que levaram o trabalho a acontecer de um modo um tanto rudimentar, é possível considerar que o resultado foi significativo, pois foi possível perceber evoluções em torno do trabalho realizado pelos alunos. Dessa maneira, é possível prever um grande número de esquemas, mostrando que a aprendizagem acontece também em função do tempo vivenciado pelo aluno e não somente nos momentos abstratos previstos no planejamento didático.

Portanto, foi baseando-se nessas afirmações em torno da aprendizagem da Matemática e também nas estratégias para a sua aprendizagem que este trabalho aconteceu. Desse modo, vale ressaltar que, apesar de tudo que foi feito, não é possível considerar somente as relações entre o saber matemático e a sua aprendizagem ou a relação aluno-professor, é importante considerar todo o conjunto de relações, pois somente nesse conjunto é que pode ser considerado que um aluno poderá alcançar uma aprendizagem significativa.

Nas aulas onde foram aplicadas as atividades de Modelagem com tópicos do Futebol (2), os alunos dos grupos tinham em mente alguns conceitos que ajudaram a resolver a situação problema. Pudemos notar também que os alunos nas situações problemas desta atividade discutiram, analisaram, exploraram o texto em busca de informações que os ajudassem a

solucionar as questões, fizeram conexões do conceito matemático envolvido nas questões com o que eles conheciam em sua realidade.

Os alunos também chegaram à conclusão de que quanto mais pessoas no estádio maior o barulho na hora do gol, o que pode causar problemas na audição. Este fato estar de acordo com os estudos de Barbosa (2007). Apoiando-se na Educação Matemática Crítica (Skovsmose, 1994), ele tenta teorizar as consequências do estudo crítico sobre a função da matemática na sociedade enquanto proporciona um ambiente de Modelagem Matemática.

No que tange a assimilação de conceitos matemáticos, o que corresponde à aprendizagem, podemos notar que ela ocorreu, pois, os alunos utilizaram conhecimentos prévios desde o início da solução da questão e após a articulação das ideias, descobrindo a partir destes mais conhecimentos e relacionando-os com os anteriores. Com esta atividade os alunos trabalharam conceito de função, definição, formulação de modelos, construção de tabelas e gráficos, trabalharam com as operações em R, porcentagem e raciocínio lógico.

Os alunos só participaram da atividade por que quiseram e porque o tema futebol faz parte da realidade deles, o que facilita a aprendizagem significativa conforme é retratada por Moreira (1999, p. 154)... “o aluno precisa ter uma disposição para aprender”.

Recorte das atividades 1, 6 e 7 Grupos C e D:

*1- Qual a diferença da quantidade do som no Itaquerão em uma partida antes e depois do gol do Corinthians?*

*Diferença é aquilo que tem a mais em um em relação ao outro. Tomando como base este pensamento:*

*\*Som do Itaquerão antes do gol 91,5 db.*

*\*Som do Itaquerão na hora do gol 113 db.*

*\* Fazendo o cálculo:  $113 - 91,5 = 11,5db$ .*

*6- Construa uma tabela da quantidade de som produzida por quantidade de torcedor.*

Tendo a consciência de que uma tabela é a organização dos dados de cada valor de x para seus respectivos valores de y; os valores de y são conseguidos a partir da substituição do termo independente por números aleatórios ou não; os alunos marcaram, então, no plano cartesiano os pontos de coordenadas (x, y). Desta forma, com este conjunto de pontos, determinaram o gráfico da função. Para uma maior compreensão do que significa o gráfico de uma função, criaram o seguinte modelo:

\*x quantidade de torcedor

\*y quantidade de som

\* para cada valor de x está associado um único valor de y

\*A lei que determina esta função  $y=0,0023x$

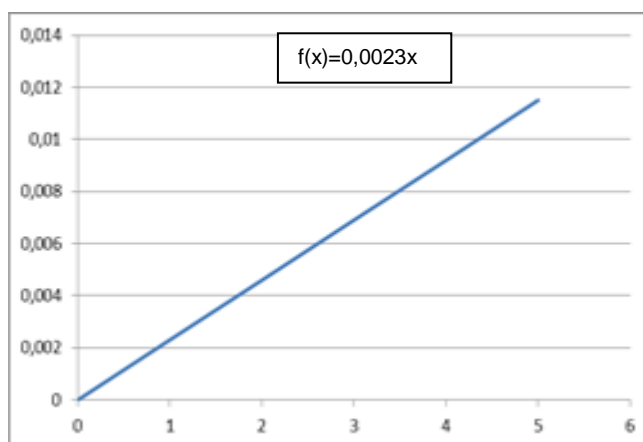
TORCEDORES	SOM
3	0,0069
4	0,0092
5	0,0115

Depois de construída a tabela os alunos avaliaram o som produzido à medida que ia aumentando o número de torcedores.

Recorte da atividade 7, grupos C e D

*7-Representar em forma de um gráfico os dados da tabela acima*

Entendendo que no gráfico de uma função o valor de x se associa a apenas um valor de y, os alunos utilizando as coordenadas cartesianas marcaram pontos referentes aos pares (x, y). Com a união de todos os pontos, os alunos obtiveram o gráfico de uma função e verificaram que é uma reta. Todas as duplas conseguiram levar informações da tabela para o gráfico, fizeram comparações, discutiram, fizeram transposição do conteúdo que estava sendo tratado com outros gráficos estudados em outras disciplinas, verificaram que a reta é formada por pontos e que cada ponto é formado pela união de dois números e que esses números formam neste momento um ângulo de 90 graus.



Nesta atividade no grupo C e D observa-se que ele definiu a função de maneira semelhante. Assim, ao analisar o item 6 e 7 da situação proposta, verifica-se que os alunos definiram a função do mesmo jeito. Desse modo, relacionaram a variável independente x com a

variável dependente  $y$  que eles a chamaram de  $f(x)$ , observando a resolução da questão 6 e 7, verifica-se que os grupos compreenderam que ao relacionar o valor de 2 com a função definida por  $f(x)=0,0023$  ele obteria o valor 0,0046 que corresponde ao valor de  $y$  da relação com  $x$  igual a 2.

Mas, o que o grupo não conseguiu associar foi o fato de que 0,0046 correspondem ao valor de  $f(x)$  e não a  $X$  como foi colocado por esse aluno. Em relação ao item 6 da atividade proposta, observa-se que os grupos C e D usou o esquema de colocar os valores numa tabela da forma correta. No entanto, depois de fazer uso desse meio, nota-se que o aluno cometeu alguns erros, o que implicou na construção incorreta do gráfico. Assim, os valores usados pelo Aluno C e D não correspondem aos expressos na tabela. Os valores são os números de zero a cinco. No entanto, foi possível notar que, ao relacionar os valores anteriormente citados à função, o número resultante não corresponde ao valor correto, o que implica num esboço de gráfico incorreto, pois depende dos respectivos valores de  $x$  e  $y$ .

Assim, ao relacionar as informações no plano cartesiano, observa-se que apesar dos Grupos C e D conseguirem compreender o que acontece quando a variável independente assume o valor de zero e, marcar corretamente o ponto no gráfico, os demais valores não estão colocados no gráfico de forma correta, pois, ao desenhar o gráfico, o aluno deve perceber o distanciamento correto de um ponto ou de um valor para o outro, implicando seriamente no esboço do gráfico que representa a função em questão.

Logo é possível perceber que o trabalho com abordagens da Modelagem Matemática e com uso do futebol auxiliou em uma melhor compreensão dos conhecimentos matemático em questão, apesar de ainda notar algumas falhas nas respostas dadas pelos grupos na segunda atividade. Assim, apesar das condições que levaram o trabalho a acontecer de um modo um tanto rudimentar, é possível considerar que o resultado foi significativo, pois foi possível perceber evoluções em torno do trabalho realizado pelos alunos.

No entanto, para levar o aluno a se envolver com o saber é preciso desenvolver atividades que multipliquem as articulações possíveis internamente entre os diferentes temas da Matemática, entre as várias maneiras de representar o conhecimento, entre o saber escolar e os conhecimentos do cotidiano e assim por diante.

Os dados coletados ao longo desta pesquisa, correlacionados com os resultados alcançados com a Modelagem Matemática e o futebol levaram a identificar as contribuições da mesma para a aprendizagem de conceitos matemáticos, pois permite aos alunos além de uma maior motivação para aprender, possibilita ao aluno ser um sujeito ativo na construção do

conhecimento, a ter um ambiente de aprendizagem mais prazeroso e uma aprendizagem melhor.

Afirmamos que as maiores vantagens percebidas na utilização da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem permeiam entre “maior aprendizagem”, “troca de ideias e experiências entre os alunos”, “oportunidade de trabalho em grupo”, “prazer pela descoberta”, “ensino mais divertido”, vistas como estimuladoras do interesse dos alunos.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Devido à aversão e a difícil aprendizagem da Matemática pelos alunos, faz-se necessário buscar uma metodologia que seja capaz de dar significado à disciplina e que esteja presente no cotidiano dos discentes. Além disso, é igualmente necessária uma metodologia que seja capaz de mostrar ao aluno a importância da Matemática em sua vida.

Portanto, a Modelagem Matemática e o Futebol são fundamentais para a aprendizagem de conceitos Matemáticos, uma vez que eles juntos permitem que o aluno tenha uma aprendizagem significativa, trabalha questões cotidianas e faz com que a aula seja mais atraente.

Através da pesquisa bibliográfica e da pesquisa de campo, pode-se perceber que as principais formas de se aprender a Matemática em sala de aula são: utilização de metodologias que faça com que o aluno investigue, faça análises, construa seu próprio saber, tenha prazer em estudar, valorize os conhecimentos prévios e as experiências vividas do dia a dia do aluno, promover a interdisciplinaridade, valorize o seu contexto histórico e dentro da própria Matemática.

Além disso, percebe-se a importância da Modelagem Matemática que é capaz de mostrar ao aluno a aplicabilidade de conceitos matemáticos em sua realidade e através da mesma o aluno é capaz de associar algumas experiências vividas com certos conteúdos matemáticos. Outro fator sinalizado é a habilidade de mostrar ao aluno que a matemática não é um conteúdo isolado, podendo se associar a outros campos de conhecimento. E estes resultados não ocorriam em outras aulas com abordagens tradicionais.

O que está conforme Ausubel apud, Moreira ( 1999, p. 154):

“ Uma das condições para ocorrência da aprendizagem significativa, portanto, é que o material a ser aprendido seja relacionável a estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira não arbitrária e não literal...”

“... mas também que o aprendiz tenha disponível em sua estrutura cognitiva os subsunções adequados...”

“... que o aprendiz manifeste uma disposição para relacionar de maneira substantiva e não arbitrária o novo material...”

A Modelagem Matemática induz o aluno ao raciocínio lógico matemático anulando a técnica de reprodução, estimula à criatividade, a curiosidade, a capacidade investigativa, a intuição e leva o aluno a uma visão analítica e a desenvolver seu conhecimento enquanto que o futebol além de conter uma gama de conceitos matemática desperta o interesse dos alunos por

ser um tema presente do seu dia a dia e que eles gostam bastante. Dessa maneira a Modelagem Matemática e o Futebol são capazes de contribuir para o êxito no processo de aprendizagem de conceitos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J. GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa.** São Paulo: Pioneira, 1998.

ARAÚJO, J. L. de. **Cálculo, tecnologia e modelagem matemática: as discussões dos alunos.** Rio Claro: UNESP, 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista 2002.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** Veritati, n. 4, p. 7380, 2004. Disponível em:

<[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/2010/Matematica/artigo\\_veritati\\_jonei.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf)>.

Acesso em: 19 de março. 2015.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática na sala de aula.** Perspectiva, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.

BARBOSA, J. C. Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. In: BASSANEZI, R. **Modelagem Matemática.** Dynamis, Blumenau, v. 2, n. 7, p. 55-83, abril/jun. 1994.

BICUDO, M.A.V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica IN: Borba, M.C; Araujo, J.L. (orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004, p.99-112.

BIEMBENGUT, Maria Sallet. HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo, SP. Editora Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo, SP. Editora Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, Maria Sallet. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais, **Alexandria Revista de Educação em Ciências e tecnologia.** v2. n2. p. 7-32 julho 2009.

BRUCKI, Cristina Maria. **O uso de modelagem no ensino de função exponencial.** 2011. 140f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) — Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, PUC-SP, São Paulo (SP). Orientadora: Sonia Barbosa Camargo Igliori. Disponível em: <[http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/cristina\\_brucki.pdf](http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/cristina_brucki.pdf)> BORBA

C. Marcelo. **A pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Disponível em: [http://www.re.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba - minicurso br](http://www.re.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso.br).

BOGDAN, R.C. BIKLENS, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Lisboa, Porto. Editora, 1994

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo ensino – aprendizagem**. Campinas: UNICAMP, 1992. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional), Universidade de Campinas, 1992.

BRASIL, MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação para uma sociedade em transição**. 2ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2001.

DUARTE, R. **Pesquisa qualitativa: reflexões sobre o trabalho de campo**. Caderno de Pesquisa, n. 115, p. 139-154, março/2002.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4º. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

KFOURI, William. **Explorar e Investigar para aprender Matemática por meio da Modelagem Matemática**. Tese de Mestrado. PUC, São Paulo. 2008

LÜDKE, M; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5º. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999

OLIVEIRA, Sandra Alves de. **O lúdico como motivação nas aulas de Matemática**. Pedagoga e especialista em Matemática e Estatística, professora no Departamento de Educação de Guanambi, BA, Uneb. Endereço eletrônico: soliveira4@hotmail.com Artigo publicado na edição nº 377, jornal Mundo Jovem, junho de 2007, p. 5.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. Petrópolis: Vozes, 1986.

[dionisioburakModelagem](http://www.dionisioburak.com.br/#!/modelagem/chy1) Disponível em: [www.dionisioburak.com.br/#!/modelagem/chy1](http://www.dionisioburak.com.br/#!/modelagem/chy1)

[Futebol: Paixão Nacional - Artigos de Educação Física ...](http://www.portaleducacao.com.br/educacao-fisica/artigos/15095/futebol-paixao-nacional#ixz3xbQsDZOof) Disponível em: <http://www.portaleducacao.com.br/educacao-fisica/artigos/15095/futebol-paixao-nacional#ixz3xbQsDZOof>. Acesso em: 18 jan. 2015.

[Origem do Futebol no Brasil - Futebol no Brasil](http://futebol-no-brasil.info/origem-do-futebol-no-brasil.html) Disponível em: <[futebol-no-brasil.info/origem-do-futebol-no-brasil.html](http://futebol-no-brasil.info/origem-do-futebol-no-brasil.html).> Acesso em: 18 nov. 2016.

[Portal da Educação Integral - Página Inicial](http://educacaointegral.mec.gov.br) Disponível em: [educacaointegral.mec.gov.br](http://educacaointegral.mec.gov.br). Acesso em: 2 ago. 2015

[O Campo de Futebol - Regras de Esporte - As regras dos ...](http://www.regrasdesporte.com.br/futebol_de_campo/o-campo-de-futebol) Disponível em: <[www.regrasdesporte.com.br/futebol\\_de\\_campo/o-campo-de-futebol](http://www.regrasdesporte.com.br/futebol_de_campo/o-campo-de-futebol). Acesso em: 18 jan. 2016.

[Tudo sobre bolas de futebol | Hiperativos | Blog da Kanui ...](http://www.hiperativos.com.br/bolas-de-futebol) Disponível em: <[www.hiperativos.com.br/bolas-de-futebol](http://www.hiperativos.com.br/bolas-de-futebol).> Acesso em: 27 jan. 2016.

[Modelagem Matemática](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/.../jonei_barbosa2%20.doc) Disponível em: [www.projetos.unijui.edu.br/matematica/.../jonei\\_barbosa2%20.doc](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/.../jonei_barbosa2%20.doc) Acesso em 28 jan. 2016.

[Futebol - Brasil Escola - Uol](http://brasilecola.uol.com.br/educacao-fisica/futebol.htm) Disponível em: [brasilecola.uol.com.br/educacao-fisica/futebol.htm](http://brasilecola.uol.com.br/educacao-fisica/futebol.htm). Acesso em 04 fev. 2016.

[Futebol. História e curiosidades sobre o Futebol - Brasil ...](http://brasilecola.uol.com.br/educacao-fisica/futebol.htm) Disponível em: [brasilecola.uol.com.br/educacao-fisica/futebol.htm](http://brasilecola.uol.com.br/educacao-fisica/futebol.htm). Acesso em 08 jan. 2016

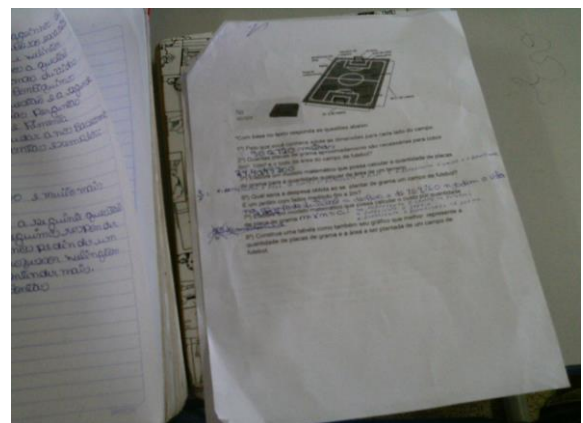
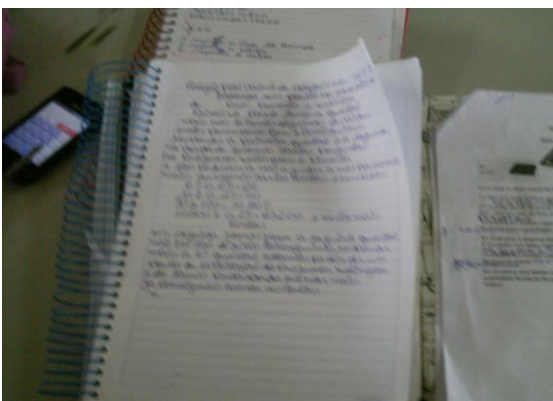
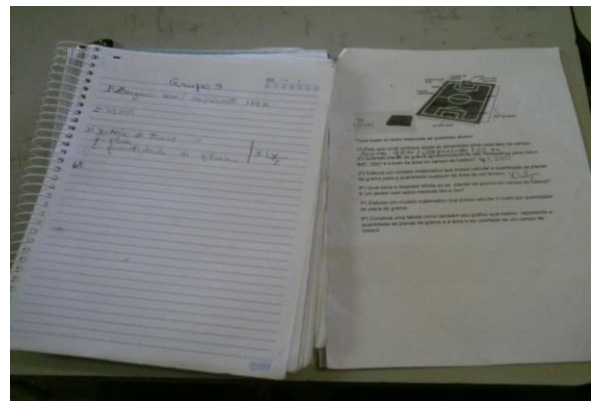
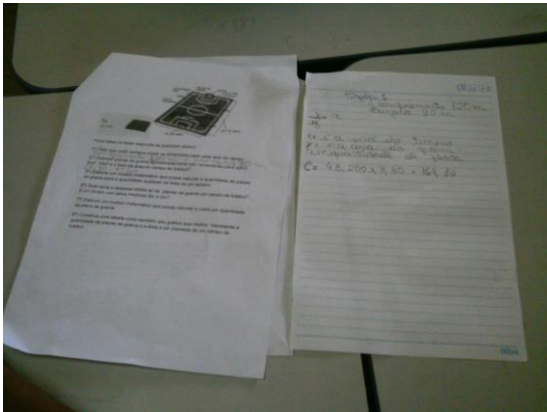
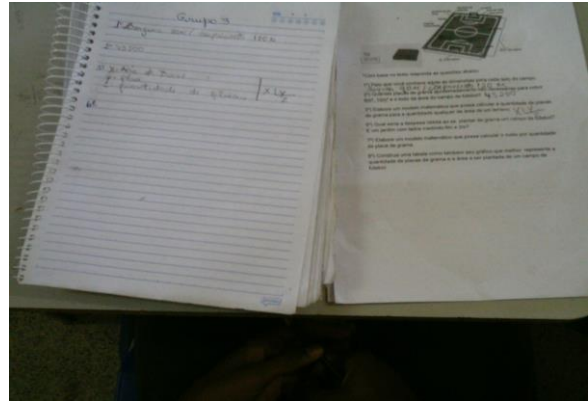
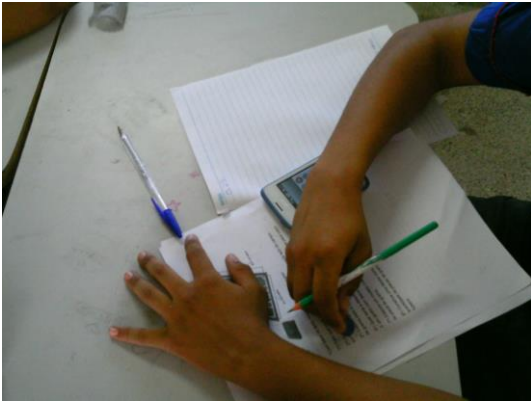
[Programa Mais Educação - Apresentação - Ministério da ...](http://portal.mec.gov.br/programa-mais-educacao/apresentacao?id=16690) Disponível em: [portal.mec.gov.br/programa-mais-educacao/apresentacao?id=16690](http://portal.mec.gov.br/programa-mais-educacao/apresentacao?id=16690). Acesso em: 12 dez. 2015

[Portal da Educação Integral - PROEMI](http://educacaointegral.mec.gov.br/proemi) Disponível em: [educacaointegral.mec.gov.br/proemi](http://educacaointegral.mec.gov.br/proemi). Acesso em: 15 dez. 2015

# ANEXOS

Fotos dos Grupos fazendo a atividade ( 1)

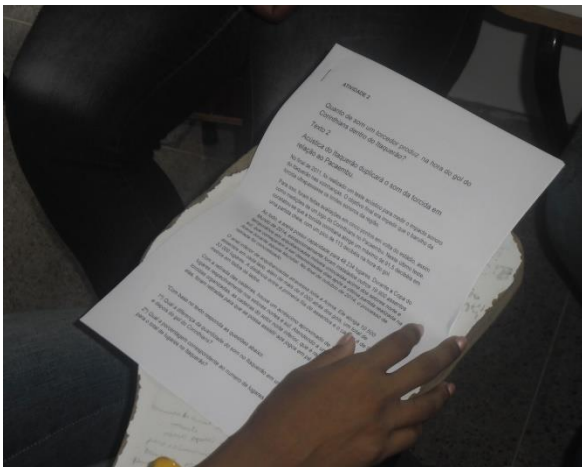
Aluna do grupo A realizando atividade de modelagem com elementos do futebol (relacionando a placa de grama com o campo de futebol)





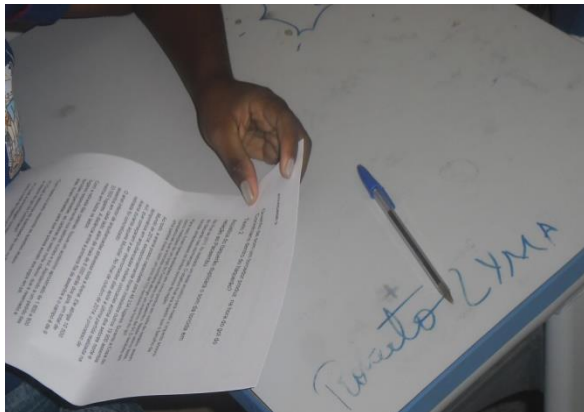
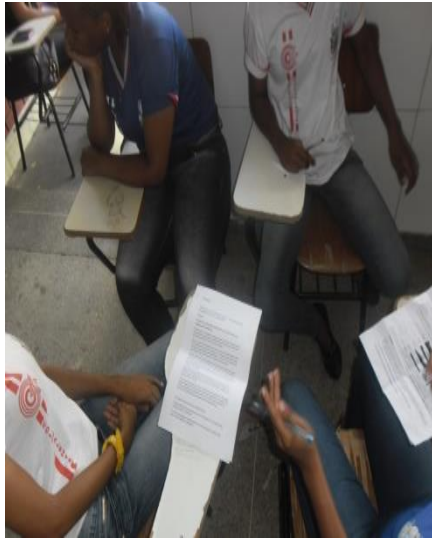
Fotos dos grupos realizando a atividade proposta (2)

Alunos dos grupos C e D lendo o texto para coleta de informações a respeito do assunto abordado.





Alunos do grupo C e D depois da leitura e ter coletado informações começam a responder as questões no que se refere ao som produzido no campo de futebol.





## APÊNDICE

### ATIVIDADE DE MODELAGEM COM O USO DO FUTEBOL

#### TEXTO 1

### Quanto custa o metro quadrado da grama em tapetes?

Para plantar um jardim gramado em uma casa você tem basicamente dois caminhos: primeiro você pode comprar a semente se fazer a semeadura dela direto na terra ou poderá comprar a grama já pronta em tapetes e fazer o replantio dela no seu jardim. As duas opções são viáveis, embora plantar a grama em tapetes é de longe a opção mais indicada por ser mais rápido, uma vez que a grama já está plantada, bastando apenas ela se adaptar ao novo terreno para ficar verdinha novamente.

#### Custo da grama em semente

Se você preferir comprar a semente e plantar, o custo poderá ser até menor. Pesquisando em alguns sites encontrei a grama esmeralda, que é a mais usada, por aproximadamente R\$ 150,00 o kg. Um quilo de grama em semente seria suficiente para cobrir uma área de aproximadamente 200 m<sup>2</sup>.

#### Custo da grama em tapetes

Se a opção for pela grama pronta em tapetes, o custo poderá ser um pouco maior, mas ainda assim eu prefiro, uma vez que o resultado compensa. Neste caso o custo pode variar bastante, mas em minha cidade há um fornecedor que vende a R\$ 3,80 o m<sup>2</sup>, isto sem considerar a entrega. Vamos tentar uma estimativa aproximada do número de placas de gramas que devem ser espalhadas na área de jogo do campo de futebol. <http://www.casadiccas.com.br/jardinagem/quanto-custa-o-metro-quadrado-da-grama-em-tapetes/>



### ATIVIDADE PROPOSTA (1)

- 1º) Pelo que você conhece adote as dimensões pertinentes a cada lado do campo.
- 2º) Quantas placas de grama aproximadamente são necessárias para cobrir  $6m^2$ ,  $10m^2$  e o todo da área do campo de futebol?
- 3º) Elabore um modelo matemático que possa calcular a quantidade de placas de grama para a quantidade qualquer de área de um terreno.
- 4º) Qual seria a despesa obtida ao se plantar de grama um campo de futebol? E um jardim com lados medindo  $6m$  e  $2m$ ?
- 5º) Elabore um modelo matemático que possa calcular o custo por quantidade de placa de grama.
- 6º) Construa uma tabela como também seu gráfico que melhor represente a quantidade de placas de grama e a área a ser plantada de um campo de futebol.

### TEXTO (2)

## Acústica do Itaquerão duplicará o som da torcida em relação ao Pacaembu

No final de 2011, foi realizado um teste acústico para medir o impacto sonoro do Itaquerão nas vizinhanças. O objetivo final era impedir que o barulho da torcida ultrapassasse os limites sonoros da região.

Para isso, foram feitas avaliações em cinco pontos em volta do estádio, assim como medições de um jogo do Corinthians no Pacaembu. Neste último teste, constatou-se que a torcida corintiana atinge um máximo de 91,5 decibéis em uma partida cheia, com um pico de 113 decibéis na hora do gol.

<http://rodrigomattos.blogosfera.uol.com.br/2013/09/04/acustica-do-itaquerao-duplicara-som-da-torcida-em-relacao-a-pacaembu/>

Ao todo, a arena possui capacidade para 48 234 lugares. Durante a Copa do Mundo de 2014, excepcionalmente foram instalados outros 19 900 assentos temporários em arquibancadas móveis colocadas acima dos setores norte e sul, que começaram a ser desmontadas dias após a última partida realizada na Arena durante aquele Mundial. No final de outubro de 2014, o processo de retirada foi concretizado.

O anel inferior de arquibancadas atravessa toda a Arena. Ele abriga 10 500 assentos em cada lado, além de mais de 6 000 atrás dos gols, um total de 33 000 lugares. A distância entre a primeira fila de assentos e o campo é de 9 metros em todos os lados.

Com a retirada das cadeiras, houve um acréscimo aproximado de 1 800 e 800 lugares respectivamente nos setores nortes e sul. Atendendo a um pedido das torcidas organizadas, as cadeiras do setor norte inferior, que é reservado a elas, foram retiradas para que se possa assistir aos jogos em pé. [https://pt.wikipedia.org/wiki/Arena Corinthians](https://pt.wikipedia.org/wiki/Arena_Corinthians)

### **ATIVIDADE PROPOSTA (2)**

- 1º) Qual a diferença da quantidade do som no Itaquerão em uma partida antes e depois do gol do Corinthians?
- 2º) Qual a porcentagem correspondente ao número de lugares do setor norte para o total de lugares no Itaquerão?
- 3º) O Itaquerão é formado pelo anel superior e pelo anel inferior . Quantos lugares existem no anel superior?
- 4º) Qual a quantidade de som em decibéis emitida por cada torcedor? E por cinco torcedores? E por dezoito torcedores?
- 5º) Elabore um modelo matemático que possa calcular a quantidade de som em decibéis sabendo a quantidade de torcedores presentes no estádio.
- 6º) Construa uma tabela da quantidade de som produzida por quantidade de torcedor.
- 7º) Representar em forma de um gráfico os dados da tabela acima .

